

*Ігор Сергійович Романченко* (д-р військ. наук, професор)

*Михайло Михайлович Потьомкін* (канд. техн. наук, с. н. с.)

*Центральний науково-дослідний інститут Збройних Сил України, Київ, Україна*

## МЕТОД VIKOR-ЯДРО ТА ЙОГО ВИКОРИСТАННЯ ДЛЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОГО ПОРІВНЯННЯ АЛЬТЕРНАТИВ

Наведено алгоритм методу VIKOR, призначеного для ранжування альтернатив, та результати його аналізу. Показано, що відомому методу VIKOR притаманні недоліки, пов'язані з необхідністю використання додаткового балансувального коефіцієнта, а також з невизначеністю інтерпретації отримуваних результатів. Зазначено, що усунення цих недоліків пов'язане з необхідністю суттєвого переопрацювання методу VIKOR. Однак його основна ідея щодо порівняння альтернатив за двома критеріями може бути покладена в основу нового методу – VIKOR-ядро, який буде призначений не для ранжування альтернатив, а для формування ядра, яке буде містити або одну найкращу альтернативу, або декілька непорівнянних альтернатив, найбільш перспективних для подальшого аналізу. Для цього нового методу наведені розрахункові залежності, а також правила порівняння альтернатив, які забезпечують формування ядра. Можливість практичного застосування запропонованого методу VIKOR-ядро продемонстрована на двох розрахункових прикладах, для яких у літературних джерелах наводяться результати, отримані за відомими методами багатокритеріальної оптимізації. Порівняння результатів розрахунків за відомими та новим методами свідчить, що використання методу VIKOR-ядро в комбінації з іншими методами дозволяє підвищити обґрунтованість розроблених рекомендацій або визначити перспективні альтернативи, які залишились поза увагою інших методів. Ці результати дозволяють зробити висновок, що використання запропонованого методу VIKOR-ядро може бути достатньо перспективним під час багатокритеріальної оптимізації складних об'єктів.

**Ключові слова:** багатокритеріальна оптимізація; метод VIKOR; метод формування ядра.

### Вступ

**Постановка проблеми.** Нині в ході проведення досліджень у військовій справі широко використовуються методи багатокритеріальної оптимізації, які ґрунтуються на порівнянні альтернатив. Такі методи застосовуються при дослідженні проблемних питань як в галузі будівництва Збройних Сил, так і військового мистецтва [1, 2].

Одним з підходів до такої оптимізації є формування ядра, яке містить альтернативи, перспективні для подальшого аналізу [3]. Найбільш поширеним методом такого класу є парето-оптимізація, яка дозволяє виключити з вихідної множини ті альтернативи, які однозначно поступаються іншим. Однак цей метод має обмежені спроможності внаслідок того, що під час порівняння альтернатив він оперує лише значеннями показників без урахування їхньої важливості. В результаті, в загальному випадку, залишається достатньо велика кількість альтернатив, які потребують подальшого аналізу.

Тому розвиток методичного апарату, зокрема, розроблення методів, які дозволяють отримати ядро з меншою кількістю альтернатив, є, на наш погляд, актуальним напрямком досліджень.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Одним з методів, який досить широко використовується для багатокритеріального аналізу альтернатив, є метод VIKOR [4], який передбачає розв'язання

багатокритеріальної задачі оптимізації у такій постановці.

Нехай є множина альтернативних варіантів деякої системи, кожний з яких характеризується множиною показників, за якими оцінюється її функціонування. Окрім того, є множина вагових коефіцієнтів, елементи якої характеризують важливість кожного з показників, а також для кожного показника визначений критерій його оптимізації (на максимум або мінімум).

За такими даними необхідно побудувати пріоритетний ряд наявних альтернативних варіантів відповідно до ступеня їх відносної переваги.

Вихідні дані для методу VIKOR задаються вектором вагових коефіцієнтів показників  $[w_j]$  ( $j = 1, \dots, R$ ) та матрицею їх значень

$$[E_{ij}], \quad i = 1, \dots, N; \quad j = 1, \dots, R, \quad (1)$$

де  $N$  – кількість варіантів системи;  $R$  – кількість показників.

На першому етапі для кожного показника за даними, наведеними в матриці  $[E_{ij}]$ , визначають його найкраще  $e_j^+$  та найгірше  $e_j^-$  значення.

На другому етапі для кожної  $i$ -ї альтернативи розраховують значення показника  $S_i$ , який характеризує її наближеність до найкращої точки, за формулою:

$$S_i = \sum_{j=1}^R \left| \frac{w_j (e_j^+ - E_{ij})}{e_j^+ - e_j^-} \right|, \quad i = 1, \dots, N.$$

На третьому етапі для кожної  $i$ -ї альтернативи розраховують значення показника  $R_i$ , який характеризує її максимальну віддаленість від найкращої точки за показником з найбільшою віддаленістю, за формулою:

$$R_i = \max_j \left[ \frac{w_j(e_j^+ - E_{ij})}{e_j^+ - e_j^-} \right], \quad i = 1, \dots, N.$$

На четвертому етапі визначають граничні значення показників, які характеризують віддаленість, за формулами:

$$R^+ = \max_j [R_j], \quad R^- = \min_j [R_j],$$

$$S^+ = \max_j [S_j], \quad S^- = \min_j [S_j].$$

На п'ятому етапі для кожної  $i$ -ї альтернативи розраховують значення узагальненого показника переваги  $Q_i$  за формулою:

$$Q_i = v \frac{S_i - S^-}{S^+ - S^-} - (1 - v) \frac{R_i - R^-}{R^+ - R^-}, \quad i = 1, \dots, N,$$

де  $v$  – коефіцієнт збалансованості з інтервалу  $[0, 1]$ , який урахує для  $i$ -ї альтернативи внесок у значення показника  $Q_i$  її наближеність до найкращої точки та віддаленість від найкращої точки за показником, що має найбільше віддалення.

Розрахунок значень  $Q_i$  здійснюють для декількох значень коефіцієнта  $v$ . Значення  $v$  з інтервалу  $[0, 1]$  призводять до різного внеску в значення узагальненого показника складових формули для його розрахунку.

На шостому етапі альтернативи впорядковують за збільшенням узагальненого показника  $Q_i$ . При цьому вважається, що кращі альтернативи характеризуються меншим значенням показника  $Q_i$ .

Заключний етап присвячений інтерпретації отриманих результатів відповідно до результатів виконання перевірки двох критеріїв: „прийнятної переваги” (перший критерій) та „прийнятної стійкості під час прийняття рішень” (другий критерій).

Перший критерій передбачає перевірку наявності переваги першої альтернативи ( $A^1$ ) пріоритетного ряду над другою ( $A^2$ ) на основі умови виду

$$Q(A^2) - Q(A^1) \geq dQ.$$

При цьому граничне значення  $dQ$  пов'язується з кількістю розглядуваних альтернатив  $dQ = 1/(N-1)$ .

Другий критерій передбачає перевірку умов переваги альтернативи  $A^1$  над альтернативою  $A^2$  за значеннями часткових показників  $S$  та  $R$

$$S^1 < S^2 \text{ та } R^1 < R^2,$$

де  $S^1, R^1$  відповідають значенням часткових показників  $S$  та  $R$  для першої альтернативи пріоритетного ряду, а  $S^2, R^2$  – другої.

Якщо перший та другий критерій виконуються, тоді перша альтернатива пріоритетного ряду вважається найкращою.

Якщо перший критерій не виконується, тоді неможливо обґрунтовано обрати найкращу альтернативу і подальшому розгляду підлягає множина компромісних альтернатив, до якої входять  $k$

перших альтернатив пріоритетного ряду. При цьому номер  $k$ -ї альтернативи визначається з умови

$$Q(A^k) - Q(A^1) < dQ.$$

Якщо не виконується другий критерій, тоді подальшому розгляду підлягають дві перші альтернативи пріоритетного ряду.

Аналіз наведеного опису методу VIKOR свідчить, що врахування ефекту компенсації під час порівняння альтернатив в ньому забезпечується шляхом введення до розгляду додаткового показника  $R_i$ , який характеризує кожну альтернативу її віддаленістю від найкращої точки за найгіршим показником з урахуванням його важливості.

Поєднання адитивної згортки  $S_i$  з додатковим показником  $R_i$  дозволяє виділяти альтернативи, які, не дивлячись на їх загальну привабливість, мають суттєві вади за окремими показниками.

Таким чином, можна зробити висновок, що використання методу VIKOR під час визначення найкращих альтернатив надає можливість більш повно оцінити їх переваги та недоліки, що і стало причиною його достатньо широкого використання під час обґрунтування раціональних рішень та оптимізації складних систем, зокрема, для підвищення ефективності виробничих процесів [4], під час проектування мереж моніторингу якості води [5] тощо.

Однак аналіз наведених розрахункових залежностей та умов свідчить, що цей метод містить і деякі недоліки, які можуть бути передумовою обмеженості його практичного використання.

У першу чергу це стосується залежності граничного значення  $dQ$  від кількості розглядуваних альтернатив, що, відповідно, має наслідком залежність кінцевих результатів від кількості альтернатив у вихідному наборі даних.

Іншим проблемним аспектом є відсутність наочності в змістовному трактуванні узагальненого показника переваги  $Q$ . Якщо з формульних залежностей для розрахунку  $S_i$  та  $R_i$  одразу видно, що ці часткові показники характеризують відстань альтернативи до найкращої точки, то перспектива прозорості пояснення сутності формули для розрахунку  $Q$  виглядає дуже проблематичною.

Окремим питанням є визначення мінімально достатньої кількості значень балансувального коефіцієнта  $v$ , адже це впливає на обсяги та час проведення розрахунків, а також аналіз отриманих результатів.

Усунення цих недоліків потребує суттєвого переопрацювання методу VIKOR, однак виходячи з його базової ідеї щодо використання під час аналізу альтернатив двох показників ( $S_i$  та  $R_i$ ) та підходів до такого порівняння з [6], можна розробити новий метод, який буде спрямований не на ранжування альтернатив, а на зменшення їх вихідної кількості, тобто на формування ядра, що буде містити альтернативи, які є найбільш перспективними для подальшого аналізу.

**Мета статті.** На основі викладеного було поставлене таке завдання досліджень: розробити новий метод VIKOR-ядро, призначений для формування ядра – множини перспективних для аналізу альтернатив, та перевірити можливість його практичного використання на тестових прикладах.

**Виклад основного матеріалу дослідження**

У першу чергу уточнимо постановку задачі багатокритеріального аналізу альтернатив, для розв’язання якої буде призначений розроблюваний метод.

Нехай є вихідна множина альтернатив, кожна з яких характеризується деякою множиною показників, при цьому окремі показники зведені в матрицю (1). Окрім того, є множина вагових коефіцієнтів, елементи якої характеризують важливість кожного з показників, а також для кожного показника визначений критерій його оптимізації (на максимум або мінімум).

За такими даними необхідно сформувавши ядро альтернатив, перспективних для подальшого розгляду, причому альтернативи, які увійшли до ядра, порівняно з іншими, повинні бути максимально наближеними до найкращої точки та мати найменше відхилення від неї за значенням найгіршого показника.

Для оцінювання значень показників, за якими будуть порівнюватись альтернативи, в розроблюваному методі перші три етапи будуть такими самими, як і в базовому методі.

Виходячи з того, що показник  $S_i$  характеризує наближеність альтернативи до найкращої точки, а показник  $R_i$  характеризує її максимальну віддаленість від найкращої точки за показником з найбільшою віддаленістю, на четвертому етапі здійснюють парне порівняння альтернатив (А та В) відповідно до правил, наведених у табл. 1.

Таблиця 1

**Правила, за якими приймається рішення щодо віднесення відповідної альтернативи до ядра**

Умови	Результати порівняння	Належність до ядра
$S_A > S_B$ , $R_A > R_B$ .	А гірша А гірша	В
$S_A > S_B$ , $R_A = R_B$ .	А гірша Однакові	В
$S_A > S_B$ , $R_A < R_B$ .	А гірша В гірша	А, В
$S_A = S_B$ , $R_A > R_B$ .	Однакові А гірша	В
$S_A = S_B$ , $R_A = R_B$ .	Однакові Однакові	А, В
$S_A = S_B$ , $R_A < R_B$ .	Однакові В гірша	А
$S_A < S_B$ , $R_A > R_B$ .	В гірша А гірша	А, В
$S_A < S_B$ , $R_A = R_B$ .	В гірша Однакові	А
$S_A < S_B$ , $R_A < R_B$ .	В гірша В гірша	А

При цьому альтернативи, які визнані гіршими, одразу виключаються з подальшого розгляду, тобто участі в подальшому порівнянні не беруть.

Після розгляду всіх пар альтернатив буде сформоване ядро, яке буде містити або одну (найкращу) альтернативу, або декілька непорівнянних альтернатив.

Для оцінювання можливості практичного використання розробленого методу VIKOR-ядро розглянемо декілька прикладів.

Першим розглянемо приклад з [2], який передбачає вибір раціонального складу механізованої бригади за шістьма показниками ( $E_1$ – $E_6$ ) за однакової їх важливості, при цьому показники  $E_1$ – $E_3$  потребують максимізації, а решта – мінімізації. Необхідно зазначити, що, відповідно до [2], варіант № 3 є найкращим за методом таксономії, а варіант № 5 – за адитивною згортокою.

Для забезпечення порівнянності розрахунків дані, наведені в табл. 2, стандартизовані за процедурою, використаною в [2] для методу таксономії.

Таблиця 2

**Стандартизовані вихідні дані**

№ i	Стандартизовані вихідні дані					
	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$	$E_5$	$E_6$
1	0,97	0,86	-1,33	-0,37	0,39	-1,12
2	-0,52	1,43	-0,23	-0,93	-0,12	1,33
3	0,42	-0,28	0,52	0,20	-0,89	-0,42
4	-0,05	-0,87	-1,71	0,79	0,90	-0,08
5	1,84	-2,00	0,15	-1,49	-1,15	-1,47
6	-0,52	0,29	-0,23	-0,37	-0,65	0,98
7	-1,46	0,86	-0,59	-0,93	0,63	-0,76
8	0,90	-0,28	1,64	0,79	1,16	-0,42
9	-1,46	-0,87	0,52	0,20	1,41	1,69
10	-0,05	0,86	1,26	2,11	-1,66	0,28

Розраховані для цих даних значення показників  $S_i$  та  $R_i$  наведені в табл. 3, з якої видно, що до ядра увійдуть лише альтернативи № 3 та № 5.

Таблиця 3

**Результати розрахунків показників  $S_i$  та  $R_i$**

№ i	$S_i$	$R_i$
1	0,405	0,148
2	0,469	0,148
<b>3</b>	<b>0,386</b>	<b>0,083</b>
4	0,691	0,167
<b>5</b>	<b>0,268</b>	<b>0,167</b>
6	0,504	0,130
7	0,493	0,167
8	0,445	0,153
9	0,745	0,167
10	0,401	0,167

Отримані результати свідчать, що до ядра увійдуть обидві альтернативи, знайдені раніше за іншими методами, що свідчить на користь перспективності подальшого використання запропонованого методу VIKOR-ядро.

Другим розглянемо приклад з [7], що стосується вибору варіанта аеродрому, який оцінюється за трьома показниками: вартістю ( $E_1$ ), часом, який необхідно витратити, щоб до нього дістатись ( $E_2$ ), а також кількістю людей, на життєдіяльність яких

будуть впливати його будівництво та експлуатація ( $E_3$ ). Зазначимо, що важливість показників становить  $w_1 = 3$ ,  $w_2 = 2$ ,  $w_3 = 1$  і всі вони потребують мінімізації. У [7] показано, що найкращим варіантом за методом ELECTRE I є альтернатива № 2.

Масштабовані вихідні дані для цього прикладу, а також значення показників  $S_i$  та  $R_i$  наведені в табл. 4.

Таблиця 4

**Масштабовані вихідні дані та результати розрахунків**

№ <i>i</i>	Масштабовані вихідні дані			$S_i$	$R_i$
	$E_1$	$E_2$	$E_3$		
1	3,00	2,00	0,00	5,00	3
2	2,00	0,00	0,33	2,33	2
3	1,00	1,00	0,67	2,67	1
<b>4</b>	<b>0,00</b>	<b>0,67</b>	<b>1,00</b>	<b>1,67</b>	<b>1</b>

Аналіз даних, наведених у табл. 4, свідчить, що до ядра ввійшла лише альтернатива № 4. Тобто результати, отримані за методами ELECTRE I та VIKOR-ядро, є суперечливими. Тому на розгляд особі, що приймає рішення, доцільно подати їх обидві.

**Література**

1. Романченко І. С. Використання таксономічних методів при проведенні досліджень у воєнній справі / І. С. Романченко, О. М. Загорка // Зб. наук. пр. ЦНДІ ЗС України. – К., 2007. – № 3 (41). – С. 5–16.  
 2. Загорка О. М. Елементи дослідження складних систем військового призначення / О. М. Загорка, С. П. Мосов, А. І. Сбитнев, П. І. Стужук. – К.: НАОУ, 2005. – 100 с.  
 3. Корнеєнко В. П. Методи оптимізації / В. П. Корнеєнко. – М.: Высш. шк., 2007. – 664 с.  
 4. Kumar R. Optimization of process parameters during CNC turning by using ANP & VIKOR Method / R. Kumar, R. Kumar, G. Soni, S. Chabra // International Journal of

**Висновки й перспективи подальших досліджень**

Таким чином, можна зробити висновок, що розроблений метод VIKOR-ядро дозволяє зменшити вихідну множину альтернатив шляхом формування ядра, яке містить або одну найкращу альтернативу, або декілька альтернатив, найбільш перспективних для подальшого аналізу.

На конкретних прикладах показано, що його використання в комбінації з іншими методами багатокритеріальної оптимізації дозволяє підвищити обґрунтованість розроблених рекомендацій або визначити перспективні альтернативи, які залишилися поза увагою інших методів.

Подальший розвиток проведених досліджень вбачається в програмній реалізації запропонованого методу та перевірці ефективності його практичного використання на достатньому обсязі тестових даних.

Engineering Research & Technology. 2013. – Vol. 2. – Iss. 12, December. – P. 3478–3480.  
 5. Chang C.-L. Using the VIKOR method to evaluate the design of a water quality monitoring network in a watershed / C.-L. Chang, Y.-T. Lin // Int. J. Environ. Sci. Technol. – 2014. – № 11. – P. 303–310.  
 6. Потьомкін М. М. Методика визначення раціонального складу складної системи військового призначення на основі модифікованого методу ELECTRE / М. М. Потьомкін // Зб. наук. пр. ЦНДІ ЗС України. – К., 2008. – № 3 (45). – С. 62–68.  
 7. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений / О. И. Ларичев. – М.: Логос, 2000. – 296 с.

**МЕТОД VIKOR-ЯДРО И ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДЛЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО СРАВНЕНИЯ АЛЬТЕРНАТИВ**

*Игорь Сергеевич Романченко (д-р воен. наук, профессор)  
 Михаил Михайлович Потемкин (канд. техн. наук, с. н. с.)*

*Центральный научно-исследовательский институт ВС Украины, Киев, Украина*

*Приведен алгоритм метода VIKOR, предназначенного для ранжирования альтернатив, и результаты его анализа. Показано, что известному методу VIKOR присущи недостатки, связанные с необходимостью использования дополнительного балансирующего коэффициента, а также с неопределенностью интерпретации получаемых результатов. Отмечено, что устранение этих недостатков связано с необходимостью существенной переработки метода VIKOR. Однако его основная идея о сравнении альтернатив по двум критериям может быть положена в основу нового метода – VIKOR-ядро, который будет предназначен не для ранжирования альтернатив, а для формирования ядра, которое будет содержать или одну наилучшую альтернативу, или несколько несравнимых альтернатив, наиболее перспективных для дальнейшего анализа. Для этого нового метода приведены расчетные зависимости, а также правила сравнения альтернатив, которые обеспечивают формирование ядра. Возможность практического использования предложенного метода VIKOR-ядро продемонстрирована на двух расчетных примерах, для которых в литературных источниках приводятся результаты, полученные с использованием известных методов многокритериальной оптимизации. Сравнение результатов расчетов, полученных с использованием известного и нового методов, свидетельствует о том, что использование метода VIKOR-ядро в комбинации с другими методами позволяет повысить обоснованность разрабатываемых рекомендаций или найти перспективные альтернативы, которые не были выявлены другими методами. Эти результаты позволяют сделать вывод, что использование предложенного метода VIKOR-ядро может быть достаточно перспективным для многокритериальной оптимизации сложных объектов.*

**Ключевые слова:** многокритериальная оптимизация; метод VIKOR; метод формирования ядра.

**VIKOR-KERNEL METHOD AND ITS USING TO MAKE A MULTIPLE CRITERIA ALTERNATIVES COMPARISON**

**Ihor S. Romanchenko** (Doctor of Military Sciences, Professor)  
**Mykhailo M. Potomkin** (Candidate of Technical Sciences, Senior Research Fellow)  
Central Research Institute of Armed Forces of Ukraine, Kyiv, Ukraine

The algorithm of method VIKOR intended for ranging of alternatives, and results of its analysis are given. It is shown that some shortcomings are inherent in known method VIKOR. It is caused by necessity of use of additional balancing factor, and also by indeterminate form of interpretation of gained results. It is noted that elimination of these shortcomings is connected with necessity of essential alteration of VIKOR method. However its basic idea about comparison of alternatives by two criteria may be used to create a new outranking method – the VIKOR-kernel method. This new method will be intended not for ranging of alternatives, but for formation of a core which will contain or one best alternative, or some incomparable alternatives which are the most perspective for the further analysis. For this new method settlement dependences, and also rules of comparison of alternatives which provide core formation are given. Possibility of practical use of the offered VIKOR-kernel method is demonstrated by two settlement instance. The results for these two settlement instance with using well-known multiple criteria optimization methods are given in literature. Comparison of results of the calculations gained with use known and new methods, testifies that use of the VIKOR-kernel method in a combination with other methods allows to raise validity of developed recommendations or to find perspective alternatives which have not been revealed by other methods. These results allow to draw a conclusion that using of the offered VIKOR-kernel method can be perspective enough for multiple criteria optimization of complex objects.

**Keywords:** multiple criteria optimization; method VIKOR; VIKOR-kernel.

**References**

- 1. Romanchenko I.S.,** Zagorka O.M. (2007), Using taxonomy methods for military research [*Vykorystannja taksonomichnykh metodiv pry provedenni doslidzhenj u vojennij spravi*], Col. of scient. pap. CRI of AF of Ukraine, № 3 (41), pp. 5–16.
- 2. Zagorka O.M.,** Mosov S.P., Sbitniev A.I., Stuzhuk P. I. (2005), Complex military systems research's componentry [*Elementy doslidzhennja skladnykh system vijsjkovogho pryznachennja*], NADU, Kyiv, 100 p.
- 3. Korneenko V.P.** (2007), Methods for optimization [*Metody optimizatsii*], High school, Moscow, 664 p.
- 4. Kumar R.,** Kumar R., Soni G., Chabra S. (December, 2013), Optimization of process parameters during CNC turning by using AHP & VIKOR Method, International Journal of Engineering Research & Technology, Vol. 2, Iss. 12, pp. 3478–3480.
- 5. Chang C.-L.,** Lin Y.-T. (2014), Using the VIKOR method to evaluate the design of a water quality monitoring network in a watershed, Int. J. Environ. Sci. Technol, № 11, pp. 303–310.
- 6. Potyemkin M.M.** (2008), Method for efficient staff complex military systems decision by modified ELECTRE method [*Metodyka vyznachennja racionaljnogho skladu skladnoji systemy vijsjkovogho pryznachennja na osnovi modyfikovanogho metodu ELECTRE*], Col. of scient. pap. CRI of AF of Ukraine, № 3 (45), pp. 62–68.
- 7. Larichev O.I.** (2000), Theory and methods for decision making [*Teoriya i metody prinyatiya reshenij*], Logos, Moscow, 296 p.

Отримано: 12.10.2015 року