УДК 629.78

Віталій Володимирович Зуйко *(канд. військ. наук, старший викладач кафедри)*

Національний університет оборони України імені Івана Черняховського, Київ, Україна

ВИЗНАЧЕННЯ ЙМОВІРНОСТІ ЗЙОМКИ ТОЧКОВОГО ОБ'ЄКТУ ПРИ ВЕДЕННІ ДЕТАЛЬНОЇ ОПТИКО-ЕЛЕКТРОННОЇ ЗЙОМКИ У КАДРОВОМУ РЕЖИМІ

Наведені підходи до визначення ймовірності зйомки точкового об'єкту при веденні оптико-електронної зйомки космічними апаратами дистанційного зондування Землі. На основі використання нормального закону розподілу та функції Лапласу визначаємо ймовірність зйомки точкового об'єкту. Наведені розрахунки дозволяють планувати космічну зйомку з більшою ефективністю.

Ключові слова: *космічна оптико-електронна зйомка; ймовірність зйомки точкового об'єкту; нормальний закон розподілення; функція Лапласа.*

Вступ

Постановка проблеми. Аналіз досвіду застосування космічних систем оптико-електронного спостереження в останніх конфліктах свідчить про поширення меж використання даних систем в інтересах збройних сил і інших військових формувань. Особливу увагу приділяють виявленню малих за розміром об'єктів, які можна назвати точковими з точки зору космічної зйомки.

Згідно положень, які визначені у Загальнодержавній цільовій науково-технічній космічній програми України на 2013-2017 роки актуальним питанням є гарантоване оперативне надання державним органам, що здійснюють повноваження у сфері національної безпеки та оборони інформації, що надходить із супутників дистанційного зондування Землі.

Тому визначення ймовірності зйомки точкового об'єкту, особливо під час ведення антитерористичної операції, є дуже важливим завданням.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Традиційно в області аерокосмічної зйомки використовують методи, які оцінюють ефективність зйомки тільки по одному показнику [1]. Вони базуються на використанні математичного апарату теорії ймовірностей. Дані методи прийнято називати статистичними [1].

Особливістю статистичних методів є використання у якості критерію ефективності деякого параметру засобу космічної зйомки, якій може бути промодельований та оцінений методами теорії ймовірностей та математичної статистики.

При аналізі [2-5] можна зробити висновок, що найкращих методів оцінки параметрів або параметру засобів космічної зйомки, якій підлягає нормальному закону розподілу, є метод найменших квадратів. Він може бути застосований при оцінці ймовірності зйомки точкового об'єкту.

Мета статті. Виходячи з вищевикладеного запропонована математична модель процесу зйомки об'єкту малого розміру, яка дозволить визначити ймовірність зйомки заданого об'єкту.

Виклад основного матеріалу дослідження

Ступень визначення ймовірності зйомки об'єкту малого розміру залежить головним чином від координат точок, які покривають поверхню малого розміру об'єкта, який знімають.

Для кожної точки з координатами, наприклад, у двомірному випадку x, y (Рис. 1), буде мати місце своя ймовірність зйомки $G(x, y)$.

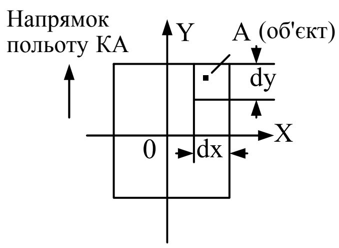

Рис. 1. Визначення ймовірності зйомки у кадровому режимі об'єкту *A*

Функцію $G(x, y)$, яку визначають експериментально, називають умовним координатним законом зйомки [1].

При розв'язуванні задачі очевидно потрібно задавати $G(x, y)$, тобто координати точки і визначати максимальну ймовірність зйомки.

Крім знання $G(x,y)$, її будемо задавати, необхідно знати закон розподілу щільності ймовірності таких випадкових величин, як координати точок зйомки $\phi(x, y)$.

Якщо відомі умовний координатний закон зйомки $G(x, y)$ і закон розподілу щільності координат точки зйомки $\phi(x, y)$, то ймовірність зйомки даного точкового об'єкту визначається наступним чином.

Ймовірність визначення об'єкта "A" з координатами x, y дорівнює $\phi(x, y)\Delta x\Delta y$. Об'єкт

"А" взятий в лапки тому, що $\phi(x,y)\Delta x\Delta y$ є ймовірність того, що точка попала в область $\Delta x\Delta y$.

Ймовірність зйомки об'єкту в цьому випадку буде дорівнювати $G(x,y)\phi(x,y)\Delta x\Delta y$.

Аналогічно, залежність буде мати місце для будь якої точки площини x, y і ці події є несумісними.

Таким чином, на підставі складання ймовірностей несумісних подій, можливо записати вираз для ймовірності зйомки об'єкта (Wз):

$$W_з = \sum_{-\infty}^{+\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} G(x,y)\phi(x,y)\Delta x\Delta y . \quad (1)$$

Звідси при переході від Δx і Δy до dx і dy отримуємо формулу для ймовірності визначення об'єкта малого розміру об'єкта в інтегральному вигляді:

$$W_з = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} G(x,y)\phi(x,y)dxdy . \quad (2)$$

Навколо точки (об'єкта малого розміру) можливо побудувати область, для якої буде справедливо $G(x,y)=1$, а за межами цієї області $G(x,y)=0$. При кадровій зйомці ця область має прямокутну форму, тоді для двомірного випадку можливо записати наступне співвідношення:

$$\begin{aligned} W_ç &= \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} G(x,y)\varphi(x,y)dxdy = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} 1\cdot\varphi(x,y)dxdy. \end{aligned} \quad (3)$$

Із цього виразу бачимо, що задача визначення ймовірності зйомки звелась до визначення ймовірності зйомки деякої достатньо малої області, в якій знаходиться точка "А" (об'єкт зйомки).

Якщо координати точок x та y незалежні, що практично завжди має місце, то щільність ймовірності двомірної випадкової величини $\varphi(\tilde{o}, \acute{o})$ дорівнює множенню щільностей одномірних випадкових величин x та y:

$$\phi(x,y) = \phi(x)\phi(y)$$

Звичайно щільності ймовірності розподілення $\varphi(x)$ і $\varphi(y)$ випадкових величин x та y підпорядковується нормальному закону (закону Гаусса), тому можливо записати:

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x}} e^{-\frac{x-x_0}{2\sigma_x^2}}; \\ \phi(y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y}} e^{-\frac{y-y_0}{2\sigma_y^2}}, \end{aligned} \quad (4)$$

де σ_x, σ_y – середнє квадратичне відхилення координат x та y; x_0 та y_0 – координати центра об'єкта малого розміру (розсіювання навколо точки А).

При багатоспектральній зйомці зі збільшенням частоти дисперсія зменшується, і, відповідно, вона характеризує кінець зйомки, що обмежує число кадрів зйомки об'єктів малого розміру, тоді, отримуємо:

$$\begin{aligned} W_з &= \int_{-x_1}^{x_2}\int_{-y_1}^{y_2} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_x^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y}} e^{-\frac{(y-y_0)^2}{2\sigma_y^2}} \right) dxdy = \\ &\int_{-x_1}^{x_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_x^2}} dx \int_{-y_1}^{y_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y}} e^{-\frac{(y-y_0)^2}{2\sigma_y^2}} dy. \end{aligned} \quad (5)$$

При використанні функції Лапласа [2], формулу (5) можна записати у такому вигляді:

$$\begin{aligned} W_з = \frac{1}{4}&\left[\Phi\left(\frac{x_2-x_0}{\sqrt{2\sigma_x}}\right) - \Phi\left(\frac{x_1-x_0}{\sqrt{2\sigma_x}}\right) \right] \times \\ &\times \left[\Phi\left(\frac{y_2-y_0}{\sqrt{2\sigma_y}}\right) - \Phi\left(\frac{y_1-y_0}{\sqrt{2\sigma_y}}\right) \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Якщо вивести зазначену функцію Лапласа [2], то можливо записати для ймовірності зйомки наступне визначення:

$$\begin{aligned} W_з = \frac{1}{4}&\left[\hat{\Phi}\left(\frac{x_2-x_0}{E_x}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{x_1-x_0}{E_x}\right) \right] \times \\ &\times \left[\hat{\Phi}\left(\frac{y_2-y_0}{E_y}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{y_1-y_0}{E_y}\right) \right], \end{aligned} \quad (7)$$

де E_x і E_y – ймовірні відхилення вздовж осей X і Y.

У цьому випадку, коли центр розсіювання співпадає з центром об'єкта зйомки і нескінченно мала площа навколо точки А симетрична, ці формули приймають більш простий вигляд для прямокутної форми розсіювання:

$$\begin{gathered} W_з = \Phi\left(\frac{x_1}{\sqrt{2\sigma_x}}\right)\Phi\left(\frac{y_1}{\sqrt{2\sigma_y}}\right) \\ \text{або} \\ W_з = \hat{\Phi}\left(\frac{x_1}{E_x}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{y_1}{E_y}\right), \end{gathered} \quad (8)$$

де x_1, y_1 – полурозміри об'єкту в напрямку координатних осей.

Розглянемо надалі практичний випадок, а саме, ймовірність зйомки точкового об'єкту розміром 200м×60м космічними засобами оптико-електронної зйомки в кадрі, розміром 2000м×2000м при ймовірності відхилення 0,5 та розсіюванням навколо точки (об'єкту) R – 1000.

Розв'язання.

При розмірі об'єкту 200м×60м будуємо область кадру у вигляді прямокутника 1940м×1800м (рис. 2).

Потім знаходимо порогові значення (E_x, E_y) для розміру кадру, який заданий, тобто $E_x = E_y$ =R/2=1000/2=500м.

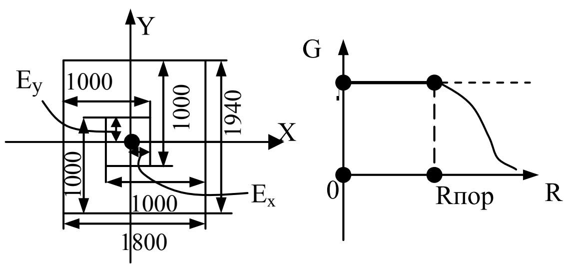

Рис. 2. Визначення ймовірності зйомки у кадровому режимі об'єкту на прикладі

Далі скористаємось наведеними формулами Лапласа [2] і розрахуємо ймовірність зйомки точкового об'єкту при веденні детальної оптико-електронної зйомки за формулою (8). Отримуємо x_1 =1940/2=970м, y_1 =1800/2=900м, тоді:

$$W_з = \hat{\Phi}\left(\frac{970}{500}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{900}{500}\right) = \hat{\Phi}(1,8)\cdot\hat{\Phi}(1,94). \qquad (9)$$

В таблиці наведених функцій Лапласа [2] знаходимо $\hat{\Phi}(1,8) = 0,77; \cdot\hat{\Phi}(1,94) = 0,81,$ після чого розраховуємо ймовірність зйомки $W_з = 0,77 \cdot 0,81 = 0,62.$

Таким чином, за запропонованим підходом визначаємо ймовірність зйомки даного об'єкту на рівні 0,62.

Висновки й перспективи подальших досліджень

Отриманий результат підтверджує функціонування алгоритму по запропонованій математичної моделі. У подальших дослідженнях будуть отримані результати підвищення ефективності зйомки з ймовірністю не нижче заданої (тобто, можливістю гарантованої зйомки заданих об'єктів).

Отримана за допомогою цього алгоритму кількість знімків, яка буде значно менша, повинна скоротити час необхідний для планування зйомки та обробки інформації, яка буде отримана.

Література

1. Ребрин Ю. К. Методы количественной оценки эффективности средств аэрокосмической разведки / Ю. К. Ребрин, С. А. Станкевич, С. П. Мосов. – К. : КИ ВВС, 1997. – 262с. **2. Вентцель Е. С.** Исследование операций / Вентцель Е. С. – М.: Изд-во "Советское радио", 1972. – 488 с. **3. Ковбасюк С. В.** Метод найменших квадратів та його практичне застосування : [монографія] / С. В. Ковбасюк, О. О. Писарчук, М. Ю. Ракушев. – Житомир : ЖВІ НАУ, 2008. – 228с. **4. Сейдж Э.,** Мелс Дж. Теория оценивания и её применение в связи и управлении / Пер. с англ.; Под ред. проф. Б. Р. Левина. – М. : Связь, 1976, – 496с. **5. Семеняка Е. Н.** Метод наименьших квадратов с кратными узлами / Е. Н. Семеняка, И. В. Сухаревский. – Харьков : ВИРТА, 1990. – 24 с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ СЪЁМКИ ТОЧЕЧНОГО ОБЪЕКТА ПРИ ВЕДЕНИИ ДЕТАЛЬНОЙ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОЙ СЪЁМКИ В КАДРОВОМ РЕЖИМЕ

***Виталий Владимирович Зуйко** (кандидат военных наук, старший преподаватель кафедры)*

Национальный университет обороны Украины имени Ивана Черняховского, Киев, Украина

Приводятся подходы определения вероятности съёмки точечного объекта при ведении оптико-электронной съёмки космическими аппаратами дистанционного зондирования Земли. На основе применения нормального закона распределения и функции Лапласа определяется вероятность съёмки точечного объекта. Приведенные расчёты позволяют планировать космическую съёмку с большей эффективностью.

***Ключевые слова:** космическая оптико-электронная съёмка; вероятность съёмки точечного объекта; нормальный закон распределения; функция Лапласа.*

CAPTURE PROBABILITY ASSESSMENT OF A POINT OBJECT WHEN CONDUCTING DETAILED OPTOELECTRONIC RECORDING IN THE STAFFING MODE

***Vitallii V. Zuiko** (Candidate of Military Sciences, Senior Teacher of a Department)*

National Defence University of Ukraine named after Ivan Cherniakhovsky, Kyiv, Ukraine

Approaches to capture probability assessment of a point object when conducting optoelectronic recording by Earth's remote sensing spacecraft are given. On the basis of using normal distribution low and Laplace functions assessment the capture probability of a point object. These calculations are capable of plane a space recording more efficiently.

***Keywords:** space optoelectronic recording; capture probability of a point object; normal distribution low; Laplace function.*

References

1. Rebrin Y.K., Stankevich S.A., Mosov S.P. (1997), Quantitative estimation methods of means efficiency of aerospace reconnaissance, [*Metodyi kolichestvennoy otsenki effektivnosti sredstv aerokosmicheskoy razvedki*], KI VVS, Kiev, 262 p. **2. Venttsel E.S.** (1972), Operations research. [*Issledovanie operatsiy*], Izdatelstvo "Sovetskoe radio", Moscow, 488 p. **3. Kovbasiuk S.V.,** Pysarchuk O.O., Rakushev M.Y. (2008), The method of least squares and its practical application. [*Metod naimenshykh kvadrativ ta yoho praktychne zastosuvannia*], Monohrafyia, ZhVI NAU, Zhytomyr, 228 p. **4. Seydzh E.,** Mels Dzh. (1976), Estimation theory and its application in communication and management. [*Teoriya otsenivaniya i eyo primenenie v svyazi i upravlenii*],Per. s angl.; Pod red. prof. B.R. Levina., "Svyaz", Moscow, 496 p. **5. Semenyaka E.N.** Suharevskiy I.V. (1990), The method of least squares with multiple nodes. [*Metod naimenshih kvadratov s kratnyimi uzlami*], VIRTA, Harkov, 24 p.

Отримано: 30.09.2014 р.