

**РЕПІЛО Юрій Євгенович,**

доктор військових наук, професор,  
Національний університет оборони України, Київ, Україна,  
<https://orcid.org/0000-0002-1393-2371>

**РОССІЙЦЕВ Віктор Вікторович,**

Національний університет оборони України, Київ, Україна,  
<https://orcid.org/0000-0001-6176-0108>

## ПІДХІД ДО СТОХАСТИЧНОГО АГРЕГУВАННЯ НЕМАТЕРІАЛЬНИХ ЧИННИКІВ ВІЙСЬКОВОГО УПРАВЛІННЯ В ОЦІНЮВАННІ ЕФЕКТИВНОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ВІЙСЬКОВИХ ФОРМУВАНЬ: МЕТОДОЛОГІЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ

**Мета статті.** *Методологічне обґрунтування підходу до стохастичного агрегування нематеріальних чинників військового управління як способу подолання суперечності між деталізацією опису та статистичною стійкістю моделей оцінювання ефективності застосування військових формувань за умов обмежених даних.*

**Методи дослідження.** *Методологічний аналіз існуючих підходів до моделювання застосування військових формувань, формалізація суперечності деталізації моделей через статистичну теорію оцінювання, концептуальне обґрунтування стохастичного агрегування на основі граничних теорем теорії ймовірності.*

**Отримані результати дослідження.** *Формалізовано суперечність між деталізацією моделей і статистичною стійкістю результатів оцінювання ефективності застосування військових формувань. Показано обмеженість індивідуальної параметризації нематеріальних чинників за малих вибірок. Обґрунтовано перехід до агрегованого рівня опису. Сформульовано чотири методологічні принципи стохастичного агрегування: взаємозалежність, нелінійність впливу, контекстуальна залежність, стохастичність. Аргументовано методологічну роль використання граничних теорем при оцінюванні ефективності застосування військових формувань. Уточнено критерій збереження статистичної ідентифікованості параметрів моделей ефективності бойового застосування шляхом встановлення залежності між параметричною розмірністю моделі та обсягом вибірки бойових епізодів в умовах обмежених даних. Методологічно обґрунтовано доцільність переходу від індивідуальної параметризації латентних нематеріальних чинників до їх агрегованого стохастичного подання як інтегрального латентного чинника, що забезпечує параметричну редукцію моделі за збереження її управлінської інтерпретованості. Показано можливість використання положень статистичної теорії граничних розподілів як концептуальної основи агрегованого опису сукупного впливу нематеріальних чинників у задачах військового управління. Обґрунтовано доцільність стохастичного агрегування як способу подолання суперечності між деталізацією опису та статистичною стійкістю оцінювання ефективності застосування військових формувань.*

**Елементи наукової новизни.** *Вперше у межах задач оцінювання ефективності застосування військових формувань суперечність між параметричною деталізацією нематеріальних чинників та статистичною стійкістю оцінювання формалізовано через умову невиродженості інформаційної матриці регулярної параметричної моделі.*

**Теоретична та практична значущість викладеного у статті.** *Отримані результати мають теоретичне значення для розвитку методологічних основ оцінювання ефективності застосування військових формувань: обґрунтовано принципову необхідність переходу від індивідуальної параметризації нематеріальних чинників військового управління до їх стохастичного агрегування за фіксованого обсягу вибірки. Практична значущість зводиться до формування методологічної бази для розроблення конкретних стохастичних методів і моделей оцінювання ефективності застосування військових формувань, придатних до застосування в системах підтримки прийняття рішень у сфері військового управління.*

**Ключові слова:** *військове управління, стохастичне агрегування, нематеріальні чинники, оцінювання, ефективність застосування військових формувань, параметрична редукція, статистична стійкість.*

### Вступ

Оцінювання ефективності застосування військових формувань є критично важливим елементом теорії та практики військового управління. Відомо, що без об'єктивних результатів оцінювання ефективності

неможливе вироблення обґрунтованих рішень щодо бойового застосування військових формувань. Вивчені уроки результатів військового управління військовими формуваннями під час ведення війн і збройних

конфліктів [1] свідчать, що при цьому ефективність їх застосування визначається не лише матеріальними чинниками. Значущу, і часто вирішальну роль відіграють нематеріальні чинники: рівень підготовки особового складу, його морально-психологічний стан та мотивація, якість управління, злагодженість формувань, майстерність та готовність командирів до дій в умовах невизначеності. Ця роль нематеріальних чинників є загально визнаною як у вітчизняній, так і в зарубіжній військовій науці. Водночас вона породжує глибоку проблему: нематеріальні чинники не піддаються прямому об'єктивному вимірюванню. Вони є латентними характеристиками, які проявляються опосередковано, через результати застосування військових формувань.

Додаткову складність створює обмеженість історичних даних про застосування військових формувань. На відміну від економічних чи технічних систем, які дозволяють зібрати достовірні дані про тисячі спостережень, кількість потенційно порівнянних реальних бойових епізодів на різних рівнях ведення воєнних дій зазвичай вимірюється десятками випадків. Це не організаційна проблема збору даних, а об'єктивна властивість предметної області. Поєднання цих двох обставин, а саме необхідності врахування нематеріальних чинників і обмеженості даних – створює методологічну проблему, розв'язання якої є необхідною передумовою для розроблення надійних методів прогнозування ефективності застосування військових формувань.

#### **Аналіз останніх досліджень і публікацій.**

Класичною основою кількісного моделювання застосування військових формувань є детерміновані диференціальні моделі, започатковані роботами Ф. Ланчестера [2] та розвинені у працях П. Морса і Дж. Кімбалла [3], Дж. Тейлора [4] та сучасних дослідників [5; 6]. У цих моделях нематеріальні чинники враховуються через коригувальні коефіцієнти, які модифікують базові рівняння втрат.

Розвитком детерміністичного підходу є моделі системної динаміки та агент-орієнтовані моделі [7; 8], де нематеріальні чинники представлені у вигляді окремих змінних або властивостей агентів. Ці підходи дозволяють відтворювати складні сценарії застосування військових формувань, проте характеризуються високою розмірністю параметричного простору.

Емпіричний напрям представлений працями Т. Дюпюї [9; 10], який розробив систему кількісного оцінювання історичних битв. Ці роботи базуються на статистичному узагальненні історичних даних і виявленні кореляційних залежностей між ними.

Стохастичні підходи до моделювання застосування військових формувань розвинуті у працях К. Хаускена і Й. Мокснеса [11], М. Армстронга [12], А. Вашберна і М. Кресса [13]. Ці дослідження вводять випадковість у моделі, проте зазвичай через збільшення кількості параметрів, які необхідно оцінити.

Серед українських дослідників варто відзначити праці з теоретичних основ управління угрупованням військ [14] та закономірностей оцінювання ефективності систем за ймовірнісними моделями [15; 16; 19]. Інші дослідження з військової ефективності включають

роботи С. Біддла [17] та К. Поллака [18]. У роботі [19] сформульовано основні суперечності моделювання та показано, що збільшення кількості чинників, які враховуються в моделях оцінювання ефективності військових систем, може призводити до зниження надійності оцінок за умов обмежених даних. Водночас спільною рисою більшості існуючих підходів є спроба врахувати нематеріальні чинники шляхом їх явної параметризації, тобто кожному чиннику або їх групі ставиться у відповідність окремий параметр моделі, який потрібно оцінити з історичних даних або призначити експертно.

Попри визнання ролі нематеріальних чинників військового управління в оцінюванні ефективності застосування військових формувань, більшістю підходів їх врахування передбачається через деталізований параметричний опис, що породжує методологічні обмеження за фіксованого обсягу вибірки і невизначеності вихідної інформації під час такого врахування.

Запропонований підхід змінює рівень опису системи з рівня окремих латентних компонент на рівень їх інтегральної ймовірнісної характеристики, що забезпечує статистичну стійкість за фіксованого обсягу вибірки. Важливо наголосити, що ця стаття не ставить завдання розроблення конкретних методів, моделей, показників і критеріїв оцінювання ефективності застосування військових формувань. Вона формує методологічну основу для такого розроблення завдяки обґрунтуванню коректності переходу від індивідуального параметричного опису нематеріальних чинників військового управління до їх агрегованого стохастичного представлення.

**Метою статті** є методологічне обґрунтування підходу до стохастичного агрегування нематеріальних чинників військового управління як способу подолання суперечності між деталізацією і статистичною стійкістю моделей оцінювання ефективності застосування військових формувань за умов обмежених даних.

### **Виклад основного матеріалу дослідження**

Традиційний підхід до врахування нематеріальних чинників військового управління у моделях оцінювання ефективності застосування військових формувань через їх явну параметризацію веде до відомої суперечності між деталізацією моделей і статистичною стійкістю результатів оцінювання, яку можна подати у вигляді такого логічного ланцюга.

По-перше, більш повне врахування нематеріальних чинників військового управління зазвичай вимагає введення більшої кількості параметрів у модель. Якщо потрібно врахувати рівень підготовки особового складу, його моральний стан та мотивацію, якість управління, тактичну майстерність, злагодженість тощо, кожен з цих чинників вимагає свого параметра або групи параметрів.

По-друге, зростання кількості параметрів автоматично підвищує вимоги до обсягу даних, необхідних для їх статистично стійкого оцінювання. Теорія статистичного оцінювання встановлює, що для регулярних параметричних моделей оцінка вектора

параметрів є  $\sqrt{n}$ -консистентною [28], тобто:

$$\sqrt{n}(\hat{\theta} - \theta_0) \xrightarrow{d} \mathcal{N}_k(0, \Sigma), \quad (1)$$

де  $n$  – обсяг вибірки;

$\hat{\theta}$  – вектор оцінок параметрів моделі;

$\theta_0$  – істинне (теоретичне) значення вектора параметрів;

$d$  – знак збіжності за розподілом;

$\mathcal{N}$  – багатовимірний нормальний розподіл із нульовим вектором математичних очікувань і коваріаційною матрицею асимптотичного нормального розподілу  $\Sigma$ ;

$k$  – кількість параметрів моделі.

З виразу (1) можна зробити висновок, що зі зростанням кількості параметрів за фіксованого обсягу вибірки зростає сумарна дисперсія оцінювання, що відображається у зростанні сліду оберненої інформаційної матриці. Отже, за фіксованого значення  $n$ , збільшення кількості параметрів (нематеріальних чинників) призводить до пропорційного зростання сумарної статистичної невизначеності. Тому спроба індивідуальної параметризації кожного нематеріального чинника за умов обмеженої кількості епізодів застосування військових формувань неминуче веде до їх статистичної нестійкості.

Формалізуємо це так. Згідно з [28], умовою статистичної ідентифікованості параметрів регулярної параметричної моделі є невиродженість матриці Фішера (інформаційної матриці)  $\mathcal{J}(\theta)$ , тобто  $\det \mathcal{J}(\theta) > 0$ . За фіксованого обсягу вибірки  $n$  збільшення кількості параметрів  $k$  призводить до зростання розмірності  $\mathcal{J}(\theta)$  при незмінному обсязі інформації у даних. При наближенні  $k$  до критичного рівня  $k^* \sim n$  матриця  $\mathcal{J}(\theta)$  втрачає повний ранг або стає близькою до виродженої, що унеможливає стійке оцінювання параметрів.

Таким чином, у контексті задач оцінювання ефективності застосування військових формувань за умов обмежених вибірок встановлюється граничний рівень параметричної деталізації, перевищення якого робить модель статистично неідентифікованою. Це і зумовлює методологічну необхідність переходу до агрегованого стохастичного представлення нематеріальних чинників як єдиного латентного інтегрального чинника з мінімальною параметризацією.

По-третє, у задачах аналізу ефективності застосування військових формувань обсяг доступних даних є об'єктивно обмеженим. На відміну від багатьох інших галузей, де можна накопичувати великі масиви даних, кількість порівнянних епізодів застосування військових формувань на оперативному рівні зазвичай не перевищує кількох десятків випадків. Це не технічна проблема, а об'єктивна властивість предметної області.

По-четверте, за умов обмеженої вибірки ( $n = const$ ) збільшення кількості параметрів  $k$  неминуче призводить до зростання похибки оцінок. Відповідно, коли кількість параметрів стає порівнянною з обсягом вибірки, оцінювання втрачає статистичний сенс, виникає проблема перепараметризації, коли модель «запам'ятовує»

випадкові флуктуації замість виявлення справжніх закономірностей застосування військових формувань.

Таким чином, виникає суперечність між двома необхідними вимогами до моделей оцінювання ефективності застосування військових формувань:

1. Змістовність опису – необхідність врахування значущих нематеріальних чинників військового управління для адекватного відображення механізмів формування результатів застосування військових формувань;

2. Статистична стійкість оцінювання – необхідність обмеження кількості параметрів для забезпечення надійності оцінок за умов малих вибірок.

У даній статті формалізується суперечність між деталізацією і статистичною стійкістю моделей [19], через конкретні залежності похибки оцінювання від кількості параметрів та обсягу даних. За умов обмежених даних звичайні способи підвищення достовірності моделі через збільшення кількості параметрів призводять не до підвищення, а до зниження якості результатів оцінювання ефективності. Цю суперечність не може бути вирішено в межах парадигми індивідуального параметричного опису нематеріальних чинників військового управління і потребує переходу до іншого методологічного підходу.

З іншого боку, необхідно зазначити, що нематеріальні чинники військового управління впливу на ефективність застосування військових формувань мають низку властивостей, які роблять їх індивідуальний параметричний опис є методологічно обмеженим за умов малих вибірок.

*Латентність.* Такі характеристики, як морально-психологічний стан та мотивація особового складу, якість управління, тактична майстерність командування, злагодженість формувань, не піддаються прямому об'єктивному вимірюванню. Вони не мають усталених одиниць виміру та не можуть бути безпосередньо зафіксовані у вихідних даних. Їх існування і величина проявляються лише опосередковано – через результати застосування військових формувань або через суб'єктивні експертні судження. Це означає, що будь-яка спроба введення таких чинників впливу на ефективність застосування військових формувань у модель у вигляді окремих параметрів уже на вихідному етапі спирається на суб'єктивні та зашумлені оцінки.

*Взаємозалежність.* Нематеріальні чинники впливу на ефективність застосування військових формувань, як правило, не діють ізольовано один від одного, а перебувають у складній системі взаємодії. Високий рівень підготовки особового складу підсилює ефективність управлінських рішень, тоді як низький морально-психологічний стан особового складу може нівелювати навіть технічну або чисельну перевагу. Унаслідок цього окремі чинники виявляються тісно корельованими, а їх індивідуальний внесок у підсумковий результат складно відокремити (*проблема мультиколінеарності*).

*Нелінійність впливу.* Сукупний ефект нематеріальних чинників, як правило, не дорівнює простій сумі окремих впливів. У реальному

застосуванні військових формувань спостерігаються синергетичні ефекти, порогові явища та ефекти насичення, коли незначна зміна одного чинника може призвести до різкої зміни результату або, навпаки, додаткове зростання чинника не дає відчутного ефекту. Лінійні параметричні моделі не здатні адекватно відтворити таку поведінку без істотного ускладнення функціональної структури та подальшого збільшення кількості параметрів.

*Контекстуальна залежність.* Значущість і форма прояву нематеріальних чинників військового управління суттєво змінюються залежно від контексту – виду бойових дій, характеру протистояння, рельєфу місцевості, рівня технологічної насиченості застосування військових формувань та інших умов. Чинник впливу на ефективність застосування військових формувань, який відіграє вирішальну роль в одному контексті, може мати другорядне значення в іншому. Це робить неможливою побудову універсальної шкали оцінювання, придатної для широкого класу ситуацій без контекстуального переоцінювання параметрів.

*Стохастичність.* Як зазначав Гнеденко [20], «випадковість є об'єктивною властивістю складних процесів». Навіть за формально однакових вихідних умов результати застосування військових формувань можуть істотно відрізнятися через вплив безлічі випадкових подій, індивідуальних рішень, непередбачуваних дій противника та інших чинників. Це означає, що вплив нематеріальних чинників військового управління не може бути адекватно описаний детермінованими залежностями і потребує ймовірнісного представлення.

Сукупність зазначених властивостей призводить до того, що спроба явного індивідуального параметричного опису кожного нематеріального чинника військового управління стикається з принциповими методологічними труднощами: мультиколінеарністю, що робить окремі параметри статистично нерозрізненими; нестійкістю статистичного оцінювання при обмеженій вибірці; слабкою відтворюваністю оцінок на різних підмножинах даних; неоднозначністю практичної інтерпретації числових значень параметрів.

Зазначене дозволяє стверджувати, що індивідуальний параметричний опис нематеріальних чинників впливу на ефективність застосування військових формувань є методологічно обмеженим за умов малих вибірок, оскільки він не враховує специфіки цих чинників і призводить до втрати статистичної стійкості такого оцінювання ефективності застосування військових формувань.

Зазначені обмеження індивідуального параметричного опису вимагають переходу до іншого рівня абстракції – агрегованого стохастичного представлення нематеріальних чинників. Ключова методологічна теза полягає у тому, що об'єктом аналізу ефективності застосування військових формувань має бути не кожен окремих нематеріальний чинник військового управління, а їх сукупний інтегральний ефект.

Аналогічний перехід до агрегованого рівня опису використовується в статистичній механіці [21], де замість траєкторій окремих частинок оперують інтегральними характеристиками системи – температурою, тиском тощо. Такий перехід дозволяє виявити закономірності, що не проявляються на рівні індивідуальних компонент. Наявність схожої поведінки в інших складних системах (потужність радіосигналу, турбулентність) ілюструє природність такого підходу, але у даній роботі ці аналогії передусім мають методологічний, а не фізичний характер.

У цих випадках перехід до агрегованого рівня опису не означає втрати інформації про складність системи. Навпаки, він дозволяє виявити закономірності, які не помітні на рівні окремих елементів. Або словами Гнеденка, надмірна «деталізація шкодить виявленню істотного» [20].

Отже, такий підхід не є спрощенням у сенсі відкидання складності або ігнорування значущих чинників, а зміною рівня опису та визнанням того факту, що за умов обмеженої інформації спроба деталізованої декомпозиції складного явища на елементарні складові стає контрпродуктивною.

Застосування цього принципу до нематеріальних чинників впливу на ефективність застосування військових формувань означає відмову від спроби оцінити індивідуальний вплив кожного чинника (рівень підготовки, моральний стан, якість управління тощо) і перехід до аналізу інтегрального стохастичного ефекту їх сукупної дії.

На нашу думку, такий перехід є методологічно виправданим, оскільки він: відповідає реальній структурі доступної інформації; дозволяє уникнути нестійкості, пов'язаної з надмірною параметризацією; визнає принципову латентність, випадковість і взаємозалежність нематеріальних чинників, що впливають на ефективність застосування військових формувань; створює можливість для статистично стійкого оцінювання ефективності застосування військових формувань за малих вибірок. Тому перехід до агрегованого рівня опису є методологічно обґрунтованою альтернативою індивідуальній параметризації за наявного обсягу інформації про умови і результати бойового застосування військових формувань.

Для обґрунтування цього переходу необхідно встановити онтологічне підґрунтя запропонованого підходу. Відправною точкою є визначення самого показника ефективності застосування військового формування. У теорії цілеспрямованих систем [22] ефективність функціонування визначається ступенем досягнення поставленої мети. Для військового формування такою метою є виконання бойового завдання. Така інтерпретація дозволяє перейти від оцінювання середнього очікуваного результату до оцінювання ймовірності досягнення мети, що формалізує ризик у задачах військового управління.

В умовах невизначеності результат застосування військових формувань не може розглядатися як детермінований. Він має ймовірнісний характер. Припустимо, що подія  $B$  позначає виконання завдання,

а подія  $H$  – невиконання [16]. Вони є взаємовиключними та вичерпними:

$$P(B) + P(H) = 1 \quad (2)$$

Отже, природним показником ефективності застосування військового формування виступає ймовірність успішного виконання бойового завдання  $P(B)$ . Такий підхід узгоджується з аксіоматичною інтерпретацією ймовірності як міри події та дозволяє формалізувати ризик недосягнення мети через величину

$$P(H) = 1 - P(B) \quad (3)$$

Формалізація цієї ймовірності потребує звернення до закону збройної боротьби та структури бойового потенціалу. Один із основних законів збройної боротьби встановлює залежність результату застосування військових формувань від співвідношення сил і засобів сторін [14; 16]. У найзагальнішому вигляді це означає, що ймовірність успіху є функцією відношення бойового потенціалу наступаючої сторони до потенціалу противника.

У сучасних концепціях бойова міць (*fighting power*) [23; 27] розглядається як сукупність трьох складових:

1. Матеріальної (чисельність особового складу, озброєння та техніки).
2. Моральної (підготовленість, мотивація, культура, морально-психологічний стан особового складу).
3. Концептуальної (якість та наукова обґрунтованість доктрин і статутів).

Матеріальна складова піддається прямому вимірюванню. Натомість моральна та концептуальна складові мають латентний характер: вони не вимірюються безпосередньо і проявляються лише через результат застосування військових формувань. Принципово важливим є те, що ці складові не діють незалежно, а взаємодіють компенсаторним чином: високий рівень моральної або концептуальної складової здатен компенсувати нестачу матеріальних засобів, тоді як критично низький моральний стан може нівелювати чисельну або технічну перевагу. Це обґрунтовує мультиплікативну структуру формування інтегрального нематеріального впливу.

Водночас для повної характеристики ефективності недостатньо точкової оцінки – необхідно розглянути розподіл результату в цілому. Повною характеристикою випадкової величини є її закон розподілу, а не лише математичне очікування [15]. Центральна гранична теорема встановлює, що сума великої кількості незалежних або слабкозалежних чинників військового управління із співмірними дисперсіями має асимптотично нормальний розподіл [24; 25].

Отже, якщо моральна та концептуальна складові формуються як сукупність багатьох незалежних або слабкозалежних компонент, їх інтегральний вплив доцільно представляти стохастично через агрегований латентний чинник із визначеним законом розподілу. Таким чином, перехід до стохастичної моделі прогнозування ефективності є логічним наслідком онтологічної природи застосування військових формувань як цілеспрямованого процесу в умовах невизначеності.

Суть стохастичного агрегування полягає у представленні сукупного впливу нематеріальних чинників військового управління через агреговану латентну випадкову величину. Концептуально ідею можна подати співвідношенням:

$$Y = f(X) \cdot \Xi, \quad (4)$$

де  $Y$  – результат застосування військових формувань (ефективність, ймовірність успіху, втрати, просування тощо);

$X$  – сукупність вимірюваних матеріальних характеристик застосування військових формувань (чисельність особового складу, озброєння та військової техніки, запасів тощо);

$f(\cdot)$  – детермінована функція, що відображає структурний вплив матеріальних чинників на ефективність застосування військових формувань;

$\Xi$  – агрегована латентна випадкова величина, що репрезентує сукупний вплив усіх нематеріальних чинників на ефективність застосування військових формувань.

Принципово важливо наголосити, що наведене співвідношення має виключно ілюстративний концептуальний характер. Воно не є математичною моделлю в строгому сенсі, не фіксує конкретний функціональний вигляд  $f(\cdot)$  і не задає розподіл випадкової величини  $\Xi$ .

Вираз (4) наведено як ілюстрацію логіки підходу, а саме розділення впливів на детерміновану компоненту, яка може бути описана на основі вимірюваних даних, і стохастичну компоненту, яка агрегує латентні нематеріальні чинники впливу на ефективність застосування військових формувань.

Обґрунтованість цього підходу спирається на низку аргументів.

*По-перше*, він дає змогу зменшити кількість параметрів. Замість  $k$  параметрів для  $l$  окремих чинників використовується обмежена кількість  $m$  параметрів для опису розподілу агрегованої величини  $\Xi$  (наприклад, математичне сподівання та дисперсія,  $m = 2$ ). За умови  $m \ll k$  це веде до пропорційного зменшення похибки оцінювання ефективності застосування військових формувань.

*По-друге*, він відповідає реальній ситуації в аналізі ефективності застосування військових формувань. Ми не знаємо точних значень окремих нематеріальних чинників, а спостерігаємо їх сукупний вплив на результати. Запропонований підхід визнає цю ситуацію замість створення ілюзії точного знання через експертні оцінки.

*По-третє*, він дає змогу природно враховувати невизначеність. Стохастичне представлення автоматично генерує ймовірнісні оцінки можливих результатів, що є критично важливим для ризикоорієнтованого планування і прийняття рішень в умовах невизначеності.

*По-четверте*, він створює можливість для об'єктивного узгодження з даними. Параметри розподілу агрегованої величини можуть бути ідентифіковані статистичними методами на основі спостережуваних підсумкових результатів застосування військових формувань без необхідності

експертного призначення значень для кожного окремого чинника.

Отже, стохастичне агрегування є підходом, який визначає більш адекватний реальності спосіб опису нематеріальних чинників військового управління за умов невизначеності і обмеженості даних щодо застосування військових формувань.

Виходячи з наведеного та з метою подальшої формалізації та розроблення конкретних методів стохастичного агрегування, доцільно сформулювати ряд системних принципів реалізації підходу.

*Принцип агрегування.* Нематеріальні чинники військового управління не моделюються індивідуально, а представляються через їх сукупний стохастичний ефект. Об'єктом моделювання є не окремі чинники  $(F_1, F_2, \dots, F_k)$ , а інтегральна характеристика їх колективної дії  $(\Xi)$ .

*Принцип мінімальної параметризації.* Опис стохастичної компоненти повинен містити мінімально необхідну кількість параметрів, достатню для відображення емпірично спостережуваної варіабельності результатів. Кількість параметрів  $m$  має бути істотно меншою за кількість нематеріальних чинників  $k$  ( $m \ll k$ ) щоб забезпечити статистичну стійкість оцінювання за доступних обсягів даних ( $m \ll n$ ).

*Принцип емпіричності.* Агреговане стохастичне представлення має допускати узгодження з історичними даними без необхідності ідентифікації індивідуальних внесків окремих нематеріальних чинників. Узгодження здійснюється на рівні відомих результатів застосування військових формувань та структури доступної інформації про стан військових формувань сторін.

*Принцип інтерпретованості.* Стохастична компонента повинна мати чітке ймовірнісне тлумачення, придатне для формування кількісних оцінок ризиків і невизначеності. Це є критично важливим для практичного використання результатів моделювання в процесі прийняття управлінських рішень і ризикоорієнтованого планування застосування військових формувань.

Разом із тим, потрібно зауважити, що згадані принципи не задають конкретної математичної реалізації підходу. Вони визначають методологічну рамку та є орієнтирами для розроблення конкретних методів.

Виходячи з властивостей нематеріальних чинників успіху застосування військових формувань, доцільно припустити, що теоретичним підґрунтям стохастичного агрегування можуть бути граничні теореми теорії ймовірностей [24; 25].

Отже якщо представити сукупний вплив нематеріальних чинників військового управління в оцінюванні ефективності застосування військових формувань у вигляді суми випадкових складових

$$S_n = \sum_{i=1}^n \xi_i, \quad (5)$$

де  $\xi_i$  – окремі випадкові впливи індивідуальних чинників, то за відомих умов (скінченність математичного очікування і дисперсії, відсутність домінування окремих складових) центральна гранична теорема встановлює, що

нормалізована сума збігається за розподілом до стандартного нормального:

$$\frac{S_n - E[S_n]}{\sqrt{\text{Var}(S_n)}} \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0,1), n \rightarrow \infty. \quad (6)$$

Водночас регулярна гранична поведінка виникає незалежно від конкретних розподілів окремих складових  $\xi_i$ . Це означає, що навіть якщо окремі нематеріальні чинники військового управління в оцінюванні ефективності застосування військових формувань мають різну природу та різні індивідуальні розподіли, їх сукупний адитивний ефект може бути описаний через обмежену кількість параметрів граничного розподілу.

Однак у багатьох задачах оцінювання ефективності застосування військових формувань вплив нематеріальних чинників військового управління має не адитивний, а мультиплікативний характер. Тобто вони мають здатність як до підсилення, так і послаблення матеріальних чинників. У такому разі сукупний вплив може бути поданий у вигляді добутку:

$$C_n = \prod_{i=1}^n \varepsilon_i. \quad (7)$$

Переведемо вираз (8) до логарифмічного простору і мультиплікативний випадок набуде властивостей адитивного:

$$\ln C_n = \sum_{i=1}^n \ln \varepsilon_i. \quad (8)$$

За умов слабкої залежності множників і відсутності їх домінування знову виникає гранична поведінка суми логарифмів, що означає можливість опису агрегованого мультиплікативного ефекту через обмежену кількість параметрів.

Втім, варто зауважити, що граничні теореми у даному дослідженні використовуються виключно як концептуальне обґрунтування можливості агрегованого опису, а не як інструмент чіткого математичного доведення конкретних розподілів нематеріальних чинників. Відповідно, у цій роботі ми не намагаємося довести, що конкретні нематеріальні чинники впливу на ефективність застосування військових формувань є точно незалежними випадковими величинами; їх кількість є нескінченною; сукупний вплив має визначений нормальний (логнормальний) розподіл.

Натомість припустимо, що сукупна дія великої кількості різних випадкових впливів створює регулярну граничну поведінку. Така регулярність узгоджується з емпіричними даними про результати застосування військових формувань, а граничні теореми надають концептуальне пояснення, чому така регулярність виникає навіть за відсутності детальної інформації про кожен окремих чинник.

Отже, наведені аргументи дають змогу стверджувати, що граничні теореми у контексті дослідження обґрунтовують доцільність переходу до агрегованого стохастичного опису та пояснюють, чому такий опис може бути ефективним інструментом за наявної емпіричної бази. Відповідно, вибір виду розподілу агрегованої характеристики буде здійснюватися емпірично, ґрунтуючись на наявних даних.

Слід також зазначити, що центральна гранична теорема передусім є класичним поясненням регулярної поведінки сум великої кількості незалежних або слабкозалежних випадкових впливів. Водночас вона не

вичерпує всіх можливих варіантів граничної поведінки. У загальній теорії граничних розподілів показано, що за інших умов регулярна асимптотична структура може належати ширшому класу стабільних розподілів [25; 26]. Нормальний розподіл у цьому контексті є окремим випадком.

Для задач агрегування нематеріальних чинників військового управління це означає, що методологічна ідея переходу до інтегральної стохастичної характеристики не пов'язана жорстко з припущенням нормальності. Навіть за відхилення від класичних умов центральної граничної теореми агрегований ефект може демонструвати регулярну структуру. Таким чином, обґрунтування стохастичного агрегування спирається не на припущення конкретного закону розподілу, а на загальну властивість масової дії великої кількості слабо домінуючих чинників, що породжує узагальнену граничну поведінку. У межах даної статті ці положення мають виключно методологічний характер і не передбачають фіксації конкретного класу розподілів.

Разом із тим, однією з передумов розроблення підходу та ключовим обмеженням його практичної застосовності на різних рівнях планування воєнних дій є обсяг і доступність об'єктивних даних про епізоди застосування військових формувань на відповідних рівнях ведення бойових дій. Практична реалізація стохастичного агрегування нематеріальних чинників істотно залежить від достатності емпіричної бази для статистично стійкої ідентифікації параметрів агрегованої характеристики.

На тактичному рівні кількість порівнянних епізодів застосування військових формувань може бути значною, однак якість їх документування часто є нерівномірною; на оперативному рівні обсяг даних, як правило, обмежений, проте їх формалізованість і узгодженість вища. Отже, застосування підходу є доцільним на рівнях планування, де забезпечується баланс між обсягом даних та їх якістю, достатній для невиродженої статистичної ідентифікації параметрів агрегованої стохастичної характеристики.

На завершення слід розглянути формальні передумови параметричної редукції – ключового практичного наслідку стохастичного агрегування. З методологічного погляду стохастичне агрегування нематеріальних чинників впливу на ефективність застосування військових формувань можна формально подати за виразом:

$$\Xi = g(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k), \quad (9)$$

де  $\xi_i$  – окремі латентні чинники;

$g(\cdot)$  – невідомий агрегований вираз.

Отже, замість детального опису  $k$  окремих чинників наведений підхід надає можливість наведення інтегральної випадкової величини  $\Xi$  через обмежену кількість параметрів результуючого розподілу

$$\Xi \approx \Xi(\theta_1, \dots, \theta_m), m \ll k. \quad (10)$$

Методологічна доцільність такої редукції ґрунтується на тому, що колективна дія багатьох слабо залежних випадкових чинників впливу на ефективність застосування військових формувань проявляється через відносно прості та важливі для задач військового

управління агреговані характеристики результуючого розподілу (математичне очікування, дисперсія тощо).

Водночас конкретні умови параметричної редукції, вибір функціональної форми агрегованої характеристики, визначення мінімально необхідної кількості параметрів  $m$ , методи їх оцінювання з історичних даних виходить за межі даної методологічної статті і становить предмет окремих досліджень, спрямованих на формалізацію та практичну реалізацію стохастичного підходу.

## Висновки

Встановлено суперечність між необхідністю врахування нематеріальних чинників впливу на ефективність застосування військових формувань та можливістю статистично стійкого оцінювання їх індивідуальних параметрів за умов обмежених даних. Суперечність формалізовано через залежність похибки від кількості параметрів та обсягу вибірки, що розвиває положення роботи [19]. Показано обмеженість індивідуальної параметризації нематеріальних чинників за умов малих вибірок. Природні властивості нематеріальних чинників роблять їхній явний індивідуальний опис джерелом статистичної нестійкості оцінювання ефективності застосування військових формувань. Формалізовано граничну умову параметричної деталізації: збереження статистичної ідентифікованості вимагає, щоб параметрична розмірність не перевищувала інформаційні можливості вибірки; наближення кількості параметрів до обсягу даних призводить до втрати повного рангу або поганої обумовленості інформаційної матриці. Методологічно обґрунтовано перехід до агрегованого опису нематеріальних чинників військового управління. Об'єктом аналізу може бути сукупний інтегральний ефект, представлений агрегованою латентною випадковою величиною. Сформульовано чотири методологічні принципи стохастичного агрегування (взаємозалежність, нелінійність впливу, контекстуальна залежність, стохастичність), які визначають рамку для подальшого розроблення конкретних методів.

*Перспективою подальших досліджень* слід вважати розроблення стохастичної моделі оцінювання ефективності застосування загальновійськових формувань з мінімально достатньою параметричною структурою. Перехід до стохастичного агрегування створює передумови для переходу від детермінованого планування співвідношення сил до ризикоорієнтованого підходу, у якому варіанти застосування військових формувань оцінюються за критерієм допустимого рівня ймовірності невиконання ними бойового завдання. Це дає змогу кількісно оцінювати допустимий рівень ризику невиконання бойового завдання та обґрунтовувати вибір варіанта дій з урахуванням невизначеності.

*Конфлікт інтересів.* Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів.

*Фінансування.* Дослідження виконано без зовнішнього фінансування.

*Використання штучного інтелекту.* Під час підготовки статті засоби штучного інтелекту використовувалися виключно для мовного і стилістичного редагування. Науковий зміст, методологічні положення та висновки сформульовані авторами самостійно.

## Список бібліографічних посилань

1. Lawrence C. A. War by Numbers: Understanding Conventional Combat. Lincoln : University of Nebraska Press, 2017. 376 p. DOI: <https://doi.org/10.2307/j.ctt1vwvdp8>. 2. Lanchester F. W. Aircraft in Warfare: The Dawn of the Fourth Arm. London : Constable and Co., 1916. 243 p. 3. Morse P. M., Kimball G. E. Methods of Operations Research. New York : John Wiley & Sons, 1951. 158 p. 4. Taylor J. G. Lanchester Models of Warfare. Arlington : Operations Research Society of America, 1983. Vol. 1–2. 5. Kress M. Lanchester Models for Irregular Warfare. *Mathematics*. 2020. Vol. 8. № 5. P. 737. DOI: <https://doi.org/10.3390/math8050737>. 6. Kress M., Caulkins J. P., Feichtinger G., Grass D., Seidl A. Lanchester Model for Three-Way Combat. *European Journal of Operational Research*. 2018. Vol. 264. № 1. P. 46–54. 7. Pachinski A. Artificial War: Multiagent-Based Simulation of Combat. Singapore : World Scientific, 2004. 464 p. 8. Epstein J. M. Modeling Civil Violence: An Agent-Based Computational Approach. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2002. Vol. 99. Suppl. 3. P. 7243–7250. DOI: <https://doi.org/10.1073/pnas.092080199>. 9. Dupuy T. N. Numbers, Predictions and War. Indianapolis : Bobbs-Merrill, 1979. 298 p. 10. Dupuy T. N. Understanding War: History and Theory of Combat. New York : Paragon House, 1987. 332 p. 11. Hausken K., Moxnes J. F. Stochastic Conditional and Unconditional Warfare. *European Journal of Operational Research*. 2002. Vol. 140. № 1. P. 61–87. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(01\)00229-6](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(01)00229-6). 12. Armstrong M. J. A Stochastic Salvo Model for Naval Surface Combat. *Operations Research*. 2005. Vol. 53. № 5. P. 830–841. DOI: <https://doi.org/10.1287/opre.1040.0195>. 13. Washburn A. R., Kress M. Combat Modeling. New York : Springer, 2009. 322 p. 14. Загорка О. М., Корецький А. А., Павліковський А. К., Загорка І. О. Теоретичні основи управління угрупованням військ (сил) у сучасних умовах збройної боротьби : монографія / за заг. ред. І. С. Руснака. Київ : НУОУ ім. Івана Черняхівського, 2020. 248 с. 15. Чабаненко П. П. Закономірності та особливості оцінювання ефективності систем у бойових діях за ймовірнісними моделями. *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*. 2016. № 4(25). С. 16–22. DOI: <https://doi.org/10.33099/2618-1614-2016-0-4-16-22>. 16. Городнов В. П., Ярош С. П., Гузченко С. В., Овчаренко В. В. Обґрунтування показника прогнозування спроможності виконати поставлене бойове завдання сформованим складом міжвидової тактичної групи. *Честь і закон*. 2018. № 3(66). С. 20–24. DOI: <https://doi.org/10.33405/2078-7480/2018/3/66/155094>. 17. Biddle S. Military Power: Explaining Victory and Defeat in Modern Battle. Princeton : Princeton University Press, 2004. 352 p. 18. Pollack K. M. Armies of Sand: The Past, Present, and Future of Arab Military Effectiveness. Oxford : Oxford University Press, 2019. 680 p. 19. Городнов В. П. Методологічні основи розроблення моделей оцінки очікуваної ефективності виконання службово-бойових завдань військовими частинами і підрозділами Національної гвардії України. *Честь і закон*. 2019. № 4(71). С. 5–15. DOI: <https://doi.org/10.33405/2078-7480/2019/4/71/196963>. 20. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. Москва : Наука, 1988. 448 с. 21. Хинчин А. Я. Математические основания статистической механики. Москва ; Ленинград : ГИТТЛ, 1943. 128 с. 22. Петухов Г. В., Якунин В. І. Методологические основы внешнего проектирования целенаправленных процессов и целеустремлённых систем. Москва : АСТ, 2006. 504 с. 23. Репіло Ю. Є., Російцев В. В., Іщенко О. А. Аналіз базових принципів, концепцій та понять доктринального забезпечення збройних сил провідних країн світу. *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони*. 2022. № 43(1). С. 79–90. DOI: <https://doi.org/10.33099/2311-7249/2022-43-1-79-90>. 24. Feller W. An Introduction to Probability Theory and Its Applications. Vol. 1. New York : John Wiley & Sons, 1968. 509 p. 25. Gnedenko B. V., Kolmogorov A. N. Limit Distributions for Sums of Independent Random Variables. Reading, MA : Addison-Wesley, 1954. 293 p. 26. Nolan J. P. Univariate Stable Distributions: Models for Heavy Tailed Data. Cham : Springer, 2020. 336 p. 27. UK Ministry of Defence. UK Defence doctrine. Joint Doctrine Publication 0-01. Shrivenham : Development, Concepts and Doctrine Centre, 2019. 68 p. 28. Vaart A. W. van der. Asymptotic Statistics. Cambridge : Cambridge University Press, 1998. 443 p.

## AN APPROACH TO STOCHASTIC AGGREGATION OF INTANGIBLE FACTORS FOR EVALUATING THE EFFECTIVENESS OF MILITARY FORMATION: METHODOLOGICAL JUSTIFICATION

REPILO Iurii, Doctor of Military Sciences, Professor, National Defence University of Ukraine, Kyiv, Ukraine, <https://orcid.org/0000-0002-1393-2371>

ROSSIYTSEV Victor, National Defence University of Ukraine, Kyiv, Ukraine, <https://orcid.org/0000-0001-6176-0108>

**Purpose of the article.** To provide a methodological justification for an approach to stochastic aggregation of intangible factors in military management as a means of overcoming the contradiction between model details and statistical stability in assessing the effectiveness of military formation employment under conditions of limited data.

**Research methods.** Methodological analysis of existing approaches to modelling military formation employment; formalisation of the model-detail contradiction within statistical estimation theory; conceptual justification of stochastic aggregation based on limit theorems of probability theory.

**Literature review.** Classical practise of quantitative combat modelling is grounded in deterministic differential frameworks initiated by F. Lanchester and further developed by P. Morse and J. Kimball, J. Taylor, and contemporary researchers, where intangible factors are incorporated through corrective coefficients in attrition equations. Extensions include system dynamics and agent-based models, which represent intangible factors as separate state variables or agent attributes but are characterised by high parametric dimensionality. The empirical direction, associated with T. Dupuy, relies on statistical generalisation of historical battles. Stochastic combat models developed by K. Hausken and J. Moxnes, M. Armstrong, A. Washburn and M. Kress introduce randomness but often increase the number of parameters to be estimated. However, across most approaches, intangible factors are explicitly parameterised, which under fixed sample sizes and limited empirical data creates methodological constraints due to growing model dimensionality and estimation uncertainty.

**Research results.** The contradiction between model detail and statistical stability in assessing the effectiveness of military formation employment is formalised. The limitations of individual parametrisation of intangible factors under

small sample conditions are demonstrated. The transition to an aggregated level of description is substantiated. Four methodological principles of stochastic aggregation are formulated: interdependence, nonlinearity of influence, contextual dependence, and stochasticity. The methodological role of limit theorems in evaluating the effectiveness of military formation employment is justified. The criterion for preserving statistical identifiability of parameters in combat effectiveness models has been refined by establishing the dependence between the model's parametric dimensionality and the sample size of combat episodes under limited-data conditions. The methodological expediency of transitioning from the individual parameterisation of latent intangible factors to their aggregated stochastic representation as an integral latent factor has been substantiated, thereby reducing the model's parameter count while preserving its managerial interpretability. The possibility of employing the principles of statistical limit theory as a conceptual foundation for the aggregated description of the cumulative influence of intangible factors in military management problems has been demonstrated.

**Research novelty.** For the first time within the framework of problems related to the evaluation of the effectiveness of military formation employment, the contradiction between the parametric detailing of intangible factors and the statistical stability of estimation has been formalised as the condition of non-degeneracy of the Fisher information matrix of a regular parametric model.

**Theoretical and practical significance.** The results contribute to the theoretical development of methodological foundations for assessing the effectiveness of military formation employment by substantiating the fundamental necessity of transitioning from the individual parameterisation of intangible military management factors to their stochastic aggregation under fixed-sample-size conditions. The practical significance lies in establishing a methodological basis for developing specific stochastic methods and models for evaluating the effectiveness of military formation employment, suitable for application in military decision-support systems.

**Conclusions and future work.** The methodological expediency of stochastic aggregation as a means of overcoming the contradiction between descriptive detail and statistical stability in assessing the effectiveness of military formation employment is substantiated.

**Keywords:** military management, stochastic aggregation, intangible factors, assessment, effectiveness of military formation employment, parametric reduction, statistical stability.

## References

1. Lawrence, C. A., (2017). War by Numbers: Understanding Conventional Combat. Lincoln: University of Nebraska Press. DOI: <https://doi.org/10.2307/j.ctt1wvwdp8>.
2. Lanchester, F. W., (1916). Aircraft in Warfare: The Dawn of the Fourth Arm. London: Constable and Co.
3. Morse, P. M. and Kimball, G. E., (1951). Methods of Operations Research. New York: John Wiley & Sons.
4. Taylor, J. G., (1983). Lanchester Models of Warfare. Arlington: Operations Research Society of America. Vol. 1-2.
5. Kress, M., (2020). Lanchester Models for Irregular Warfare. *Mathematics*. 8(5), 737. DOI: <https://doi.org/10.3390/math8050737>.
6. Kress, M., Caulkins, J. P., Feichtinger, G., Grass, D. and Seidl, A., (2018). Lanchester Model for Three-Way Combat. *European Journal of Operational Research*. 264(1), 46-54.
7. Ilachinski, A., (2004). Artificial War: Multiagent-Based Simulation of Combat. Singapore: World Scientific.
8. Epstein, J. M., (2002). Modeling Civil Violence: An Agent-Based Computational Approach. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 99(Suppl. 3), 7243-7250. DOI: <https://doi.org/10.1073/pnas.092080199>.
9. Dupuy, T. N., (1979). Numbers, Predictions and War. Indianapolis: Bobbs-Merrill.
10. Dupuy, T. N., (1987). Understanding War: History and Theory of Combat. New York: Paragon House.
11. Hausken, K. and Moxnes, J. F., (2002). Stochastic Conditional and Unconditional Warfare. *European Journal of Operational Research*. 140(1), 61-87. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(01\)00229-6](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(01)00229-6).
12. Armstrong, M. J., (2005). A Stochastic Salvo Model for Naval Surface Combat. *Operations Research*. 53(5), 830-841. DOI: <https://doi.org/10.1287/opre.1040.0195>.
13. Washburn, A. R. and Kress, M., (2009). Combat Modeling. New York: Springer.
14. Zahorka, O. M., Koretskyi, A. A., Pavlikovskyi, A. K. and Zahorka, I. O., (2020). Theoretical Foundations of Troop (Force) Group Management in Modern Armed Conflict: monograph. Kyiv: NUDU.
15. Chabanenko, P. P., (2016). Patterns and Features of System Effectiveness Assessment in Combat Operations Using Probabilistic Models. *Nauka i tekhnika Povitrianykh Syl Zbroinykh Syl Ukrainy*. 4(25), 16-22. DOI: <https://doi.org/10.33099/2618-1614-2016-0-4-16-22>.
16. Horodnov, V. P., Yarosh, S. P., Huzchenko, S. V. and Ovcharenko, V. V., (2018). Justification of the Capability Prediction Indicator for an Interservice Tactical Group. *Chest i zakon*. 3(66), 20-24. DOI: <https://doi.org/10.33405/2078-7480/2018/3/66/155094>.
17. Biddle, S., (2004). Military Power: Explaining Victory and Defeat in Modern Battle. Princeton: Princeton University Press.
18. Pollack, K. M., (2019). Armies of Sand: The Past, Present, and Future of Arab Military Effectiveness. Oxford: Oxford University Press.
19. Horodnov, V. P., (2019). Methodological Foundations for Developing Models of Expected Effectiveness Assessment for Service-Combat Mission Execution. *Chest i zakon*. 4(71), 5-15. DOI: <https://doi.org/10.33405/2078-7480/2019/4/71/196963>.
20. Gnedenko, B. V., (1988). Course of Probability Theory. Moscow: Nauka.
21. Khinchin, A. Ya., (1943). Mathematical Foundations of Statistical Mechanics. Moscow: GITTL.
22. Petukhov, G. V. and Yakunin, V. L., (2006). Methodological Foundations for External Design of Goal-Directed Processes and Goal-Oriented Systems. Moscow: AST.
23. Repilo, Yu. Ye., Rossiyyev, V. V. and Ishchenko, O. A., (2022). Analysis of Basic Principles, Concepts and Notions of Doctrinal Support of Armed Forces of Leading Countries of the World. *Suchasni informatsiini tekhnolohii u sferi bezpeky ta oborony*. 43(1), 79-90. DOI: <https://doi.org/10.33099/2311-7249/2022-43-1-79-90>.
24. Feller, W., (1968). An Introduction to Probability Theory and Its Applications. 1. New York: John Wiley & Sons.
25. Gnedenko, B. V. and Kolmogorov, A. N., (1954). Limit Distributions for Sums of Independent Random Variables. Reading, MA: Addison-Wesley.
26. Nolan, J. P., (2020). Univariate Stable Distributions: Models for Heavy Tailed Data. Cham: Springer.
27. UK Ministry of Defence, (2019). UK Defence doctrine. Joint Doctrine Publication 0-01. Shrivenham : Development, Concepts and Doctrine Centre.
28. Van der Vaart, A. W., (1998). Asymptotic Statistics. Cambridge: Cambridge University Press.

Рукопис надійшов до редакції 27.02.2026  
 Рукопис прийнято до друку після рецензування 06.04.2026  
 Дата публікації 30.04.2026