

МАРЧЕНКО Андрій Олександрович,

кандидат технічних наук, старший дослідник,
Національний університет оборони України, Київ, Україна,
<https://orcid.org/0000-0002-1268-8012>

СИДОРКІН Павло Григорович,

Інститут спеціального зв'язку та захисту інформації Національного технічного університету України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна,
<https://orcid.org/0000-0003-2374-1402>

СЛЮСАР Петро Петрович,

Науково-дослідний інститут Воєнної розвідки, Київ, Україна,
<https://orcid.org/0009-0007-3738-2523>

ГОЛОГРАФІЧНО-АСИМПТОТИЧНА МОДЕЛЬ ТРАНСФОРМАЦІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ В ПОЛЯРИЗАЦІЙНО-ГОЛОГРАФІЧНІЙ АНТЕНІ

Метою статті є викладення результатів математичної формалізації голографічно-асимптотичної моделі трансформації електромагнітного поля у поляризаційно-голографічній антені на основі асимптотичного методу розкладання функцій, що описує неоднорідності в радіопрозорих шарах з урахуванням електродинамічної моделі, побудованої на принципах голографії, та показати, що збуджене електромагнітне поле можна подати через первинне поле за конструктивними параметрами неоднорідного шару.

Методи дослідження. Під час написання статті застосовано методи системного аналізу процесів поширення електромагнітних хвиль у неоднорідних шарах та синтезу математичної моделі перетворення електромагнітного поля в імпедансному тілі. Зазначений методологічний підхід дав змогу отримати вирази, що формалізують голографічно-асимптотичну модель трансформації електромагнітного поля в транспаранті поляризаційно-голографічної антени.

Отримані результати. Показано сутність відомого асимптотичного методу розкладання функцій, що описує неоднорідності в радіопрозорих шарах для опису трансформації електромагнітного поля в поляризаційно-голографічних антенах. Наведено фізичну модель неоднорідного шару та введено криволінійні координати. Подано асимптотичні ряди, що є основними при розгляді варіанта однократно відбитих електромагнітних хвиль від поверхні поблизу точки спостереження. Формалізовано перший, другий і третій елементи асимптотичного розв'язання двовимірної задачі для електромагнітної хвилі, що пройшла через неоднорідний шар. Наведено голографічно-асимптотичну модель трансформації електромагнітного поля для головного асимптотичного наближення (геометричної оптики) через первинне електромагнітне поле і геометричні параметри неоднорідного шару.

Елементи наукової новизни. Розроблена модель пов'язує, в наближенні геометричної оптики, падаючу електромагнітну хвилю з електромагнітною хвилею, що пройшла, з урахуванням властивостей неоднорідного шару з урахуванням кривизни поверхні та нееквідистантності шару.

Теоретична й практична значущість викладеного у статті. Отримала подальший розвиток теорія конструктивного синтезу поляризаційно-голографічних антен, що описувала процеси поширення електромагнітних хвиль у планарних шарах, для побудови таких антен на криволінійних поверхнях. Розроблена модель може бути використана під час конструктивного синтезу антен для засобів радіозв'язку та систем управління, зокрема, безпілотними літальними апаратами та безпроводовими сенсорними мережами.

Ключові слова: поляризаційно-голографічна антена, система управління, безпілотний літальний апарат, безпроводова сенсорна мережа, асимптотичне розкладання, голографія, модель, неоднорідний шар, трансформація, електромагнітне поле, геометрична оптика.

Вступ

Постановка проблеми. Розвиток галузі електроніки, електронних комунікацій, приладобудування та радіотехніки потребує розвитку інформаційно-комунікаційних систем завдяки покращенню технічних характеристик систем управління та передачі даних. У системах управління, зокрема радіозв'язку, безпілотними літальними

апаратами, безпроводовими сенсорними мережами, використовуються антенні системи, що забезпечують передачу та прийом інформації. Під час поширення електромагнітних хвиль (далі – ЕМХ) уздовж земної поверхні, напрямом орієнтації вектора електричної складової ЕМХ може змінюватися та виникає ефект змінюваності поляризації сигналів, що призводить до

втрат потужності сигналів внаслідок рефракції [1; 2]. Такий ефект може бути усунений завдяки адаптації за поляризацією антенних систем, побудованих на основі решітчастих структур, що перетворюють сигнали з будь-якою поляризацією у колову [3]. Такими антенними решітками є поляризаційно-голографічні антени (далі – ПГА), задачу дифракції ЕМХ у яких пропонується розв’язувати методами інтегральних рівнянь (далі – ІР), що дають змогу визначати параметри антен через трансформацію первинного електромагнітного поля (далі – ЕМП) у вторинне ЕМП на основі принципів голографії [4].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Існуючі підходи до математичної формалізації процесу синтезу антен, що являють собою замкнуті напівпрозорі поверхні розглянуто у наукових працях [5; 6]. Методи синтезу спрямованих властивостей відбивальних антенних решіток, що враховують взаємозв’язок між опромінювачами довільного типу розглянуто у роботах [7–9]. У публікаціях [10–12] наведено математичні моделі електродинамічних структур для плоских антенних решіток різної форми. У монографії [13] розглянуто електродинамічну теорію розсіювання ЕМХ для дослідження характеристик радіолокаційних об’єктів. Наведено методи визначення вторинного випромінювання радіолокаційними об’єктами. Описано кругові діаграми вторинного зворотного розсіювання ЕМХ, закони розподілення амплітудних множників розсіювання для різних параметрів опромінювального сигналу. Методи наведені у роботі можуть бути використані для моделювання трансформації ЕМП у транспарантах ПГА.

Варто звернути окрему увагу на наукову статтю [14], де зазначено, що ПГА може бути розглянута як неоднорідне напівпрозоре тіло та наведено його фізичну модель. Математично формалізовано електродинамічну модель напівпрозорого тіла на основі інтегрального рівняння Фредгольма першого роду, як постановка і розв’язання зворотної електродинамічної задачі, що зв’язує первинне електромагнітне поле, поверхневий струм та поверхневий імпеданс. Показано, що імпеданс є голографічним ядром інтегрального рівняння, яке дає змогу синтезувати імпедансну поверхню для хвиль колової поляризації. Але зазначений підхід до формалізації процесу трансформації електромагнітного поля пропонується використовувати для плоских відбивачів антенних систем (транспарантів).

Разом із тим, проблематика конструктивного синтезу адаптивних за поляризацією антен на криволінійних поверхнях, побудованих на основі

поляризаційно-голографічних антен, у доступних джерелах не висвітлювалась.

Метою статті є викладення результатів математичної формалізації голографічно-асимптотичної моделі трансформації електромагнітного поля у поляризаційно-голографічній антені на основі асимптотичного методу розкладання функцій, що описує неоднорідності в радіопрозорих шарах з урахуванням електродинамічної моделі, побудованої на принципах голографії, та показати, що збуджене електромагнітне поле можна подати через первинне поле за конструктивними параметрами неоднорідного шару.

Виклад основного матеріалу дослідження

Розглянемо транспарант ПГА як імпедансне тіло (рис. 1). Повне ЕМП, що розсіяне тілом D , обмеженим поверхнею S . За межами поверхні S існує джерело первинного ЕМП, $\{\vec{E}_0, \vec{H}_0\}$, що падає на тіло D . Область D_e , зовнішня відносно до тіла D , електрична (ϵ_0) та магнітна (μ_0) проникності якої постійні.

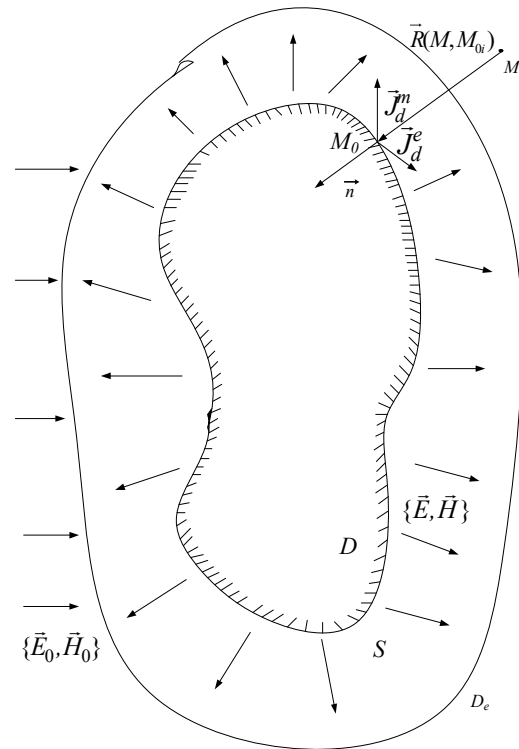


Рисунок 1 – Фізична модель імпедансного тіла D

Електричний вектор Герца в точці M для довжини електромагнітної хвилі λ можна подати рівнянням вигляду [14]:

$$\left\{ \int_S \{ i\omega \mu \vec{J}_d^e(M_0) \Phi(M_0, M) \} dS + \Delta \vec{\Pi}_1 = \vec{\Pi}_{\Sigma 1}(M) \right. \\ \left. \int_S \{ Z_1(M_0, M) [grad_M \Phi(M_0, M), [\vec{n}, \vec{J}_d^e(M_0)]] \} dS + \Delta \vec{\Pi}_0 = \vec{\Pi}_{\Sigma 0}(M) \right. \quad (1)$$

Розглянемо повне ЕМП, що утворюється тілом D :

$$\oint_{S_m} \{ Z_0(M_0, M) [grad_M \Phi(M_0, M), [\vec{n}, \vec{J}_d^e(M_0)]] \} dS = \vec{\Pi}_{\Sigma}. \quad (2)$$

Подамо IP (2) операторним рівнянням [14] вигляду:

$$\vec{J} = \int_S \{ Z_0(M_0, M) [\text{grad}_M \Phi(M_0, M), [\vec{n}, \vec{J}_d^e(M_0)]] \} dS = \vec{B}, \quad (3)$$

де $\vec{J} = \text{grad}_M \Phi(M_0, M), [\vec{n}, \vec{J}_d^e(M_0)]$ – вектор поверхневих струмів, які збуджуються імпедансним тілом D ;

$\vec{B} = \vec{P}_Z = \vec{P}_{Z0}(M) - \Delta \vec{P}_0$ – вектор напруженості вторинного ЕМП у точці спостереження M ;

Z – поверхневий імпеданс тіла D .

У рівняннях (1–3) поверхневий імпеданс Z є ядром IP, який є нормованим та ермітовим і з фізичного погляду характеризує реальні властивості тіла D (зокрема й імпедансні) [14].

У виразі (3) напруженість ЕМП $\vec{B}$ пов'язана з поверхневими струмами $\vec{J}_d^e(M_0)$ у тілі D через його поверхневий імпеданс Z , який є комплексною величиною [14]:

$$Z = |Z|e^{j\psi}, \quad (4)$$

де $\psi = \arg Z$.

Оскільки поверхневі струми в тілі D створюються джерелом первинного ЕМП, то для визначення функції трансформації, що пов'язана з поверхневим імпедансом, вихідним слід розглядати саме первинне ЕМП. Тому операторне рівняння (3) з урахуванням виразу (4) буде мати вигляд:

$$\vec{A}e^{j\psi} = \vec{B}, \quad (5)$$

де $\vec{A} = \vec{J}|Z|$ – напруженість первинного ЕМП;

$e^{j\psi}$ – враховує фазовий зсув, який отримує первинне ЕМП у імпедансному тілі D .

Для розв'язання операторного рівняння (5) потрібно зв'язати вторинне та первинне електромагнітні поля використовуючи геометричні (конструктивні) параметри імпедансного тіла, що відповідають функції трансформації первинного поля у транспаранті ПГА.

У загальному вигляді за виразами (1 – 3) визначити вторинне (збуджене) ЕМП $\vec{B}$ через первинне $\vec{A}$, що мають складові $\{\vec{E}_B, \vec{H}_B\}$ і $\{\vec{E}_A, \vec{H}_A\}$ відповідно, є складною електродинамічною задачею. Разом із тим, для розв'язання такої задачі доцільно використовувати асимптотичний метод розкладання функцій [15], що дає змогу в неоднорідному радіопрозорому шарі визначити збуджене ЕМП через первинне ЕМП.

Відповідно до асимптотичного методу розглянемо тіло D як неоднорідний шар, розміщений у просторі D_e , з електричною $\epsilon_0 = 1$ і магнітною $\mu_0 = 1$ проникностями. Цей шар обмежений поверхнями S_{D1} і S_{D2} (що є нескінченними або замкнутими) і характеризується комплексними електричною та магнітною проникностями $\epsilon = \epsilon(\vec{x})$, $\mu = \mu(\vec{x})$ (рис. 2).

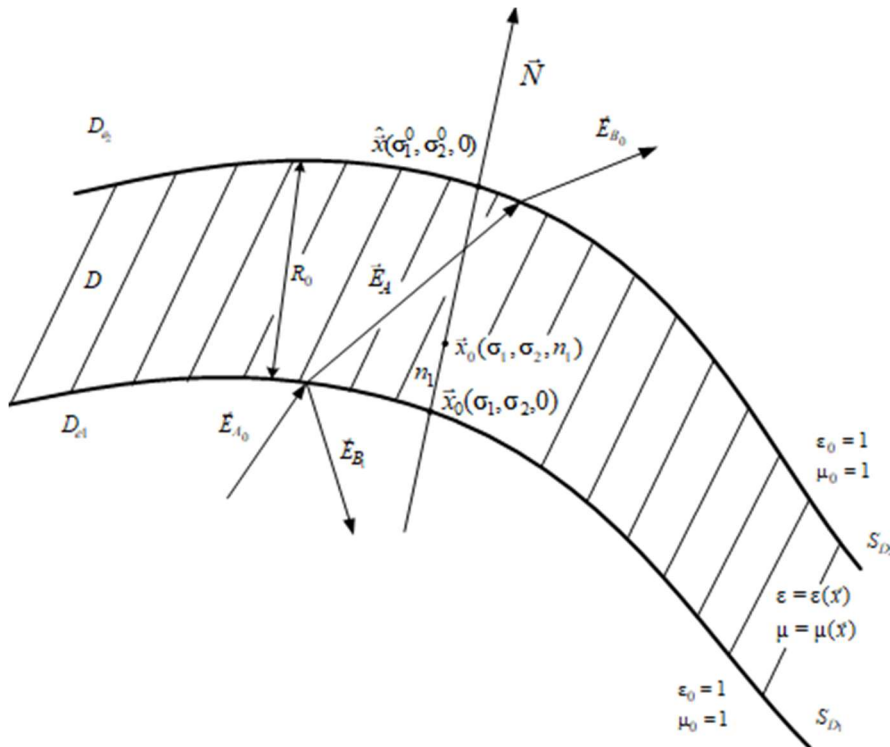


Рисунок 2 – Фізична модель неоднорідного шару D

Поверхня S_{D1} відокремлює шар D від області D_{e1} , де розташовані джерела випромінювання ЕМП з періодичною залежністю від часу $e^{-j\omega t}$. Поверхня S_{D2} відокремлює шар D від області D_{e2} .

Для визначення збудженого ЕМП $\vec{E}(\vec{x}), \vec{H}(\vec{x})$ у кожній області D_{e1}, D_{e2}, D через первинне $\vec{A}$ введемо у шарі D криволінійні координати $(\sigma_1, \sigma_2, n_1)$, де (σ_1, σ_2) – довільні координати на поверхні S_{D1} , а $|n_1|$ – відстань

від поверхні S_{D_1} , що відлічується по нормалі до неї так, що в шарі D $n_1 > 0$ (рис. 3).

У криволінійних координатах рівняння поверхні S_{D_2} можна записати так:

$$h = \delta h(\sigma_1, \sigma_2) = \delta h(\vec{x}_0), \quad (7)$$

де $\vec{x}_0 = \vec{x}_0(\sigma_1, \sigma_2)$ – векторне рівняння поверхні S_{D_1} ;

h – гладка функція, $0 < h_0 < \delta h(\sigma_1, \sigma_2) \leq 1$;

δ – максимальна відстань від S_{D_1} до S_{D_2} по нормалі до S_{D_1} .

Також введемо параметр, що характеризує кривизну поверхні S_{D_1} :

$$\chi_0 = \frac{1}{R_0}, \quad (8)$$

де R_0 – характерний лінійний розмір, пов'язаний із геометрією поверхні S_{D_1} і хвильового фронту ЕМХ, що падає та змінює властивостей середовища D в дотичних до S_{D_1} напрямках $\vec{x}$ ($\sigma_1^0, \sigma_2^0, n_1$).

Крім того, для областей D_{e_1} , D_{e_2} позначимо хвильове число k_0 , а для області D – $k_1 = k_0 \sqrt{\epsilon \mu}$.

Оскільки вектор $\vec{H}$ має вигляд, аналогічний вектору $\vec{E}$, то далі розглядаються тільки вектори $\vec{E}$ – складові первинного та вторинного ЕМП.

Припустимо, що падаюча ЕМХ на шар D та дифрагована у ньому ЕМХ мають променеву структуру, тоді променеве асимптотичне подання первинного ЕМП при $k_0 \rightarrow +\infty$ буде мати такий загальний вигляд:

$$\vec{E}_{A_0}(\vec{x}, k_0) \approx e^{jk_0 \Phi(\vec{x})} \cdot \vec{E}_{A_0}(\vec{x}, k_0), \quad (9)$$

де $\vec{E}_{A_0}(\vec{x}, k_0)$ – амплітуда первинного ЕМП;

$\Phi(\vec{x})$ – фаза первинного ЕМП;

$k_0 = 2\pi/\lambda$ – хвильове число в D_{e_1} і D_{e_2} ;

$\Phi(\vec{x})$ та $\vec{E}_{A_0}(\vec{x}, k_0)$ – достатньо гладкі, двічі безперервно диференційовані функції.

Водночас $\Phi(\vec{x})$ задовольняє рівнянню Ейконалі $|\vec{\nabla} \Phi(\vec{x})| = 1$ і одиничний вектор $\vec{l}^0 = \vec{\nabla} \Phi(\vec{x})$ (нормальний орт фронту падаючої ЕМХ) у всіх точках $\vec{x} \in S_{D_1}$ створює з ортом нормалі $\vec{N}$ гострі кути.

Поле в області D_{e_1} визначається за виразом первинного ЕМП:

$$\vec{E}_{A_0}^l \approx \sum_{m=1}^M e^{jk_0 \Phi_m(\vec{x})} \cdot \vec{E}_{A_0}^{l,m}(\vec{x}, k_0), \quad (11)$$

$$\text{де } \vec{E}_{A_0}^{l,m}(\vec{x}, k_0) = \sum_{p=0}^{\infty} \vec{E}_p^{l,m}(\vec{x}) \left(\frac{\chi_0}{k_0} \right)^p \quad (12)$$

$\Psi_m(\vec{x})$ – фаза вторинного ЕМП.

Позначимо $\vec{x}_0$ – довільну точку в області D_{e_1} з криволінійними координатами (σ_1^0, σ_2^0), а поле $\vec{E}_{A_0}^l$ має однакову променеву структуру (11) і (12) з однаковим набором фазових функцій $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_M$ у всіх точках області D_{e_1} , що розміщені поблизу $\vec{x}_0$.

При $\vec{x} \rightarrow \vec{x}_0$ всі точки $x_m \rightarrow \vec{x}_0$, $m = 1, \dots, M$, де $x_1, \dots, x_M$ – останні (на шляху до точки $\vec{x}$) вершини відбитих променів (рис. 2), а границі фазових функцій обмежені:

$$\lim_{\vec{x} \rightarrow \vec{x}_0} \psi_1(\vec{x}) = \psi(\vec{x}_0),$$

$$\lim_{\vec{x} \rightarrow \vec{x}_0} \psi_{m+1}(\vec{x}) = \psi_m(\vec{x}_0); m = 1, \dots, M-1.$$

Тому граничне значення вектора $\vec{E}_{A_0}^l$ у точці $\vec{x}_0$ має вигляд:

$$\vec{E}^l(\vec{x}_0, k_0) \approx (\vec{E}_{A_0} + \vec{E}^{l,1}) e^{jk_0 \Phi} + \vec{E}^{l,2} e^{jk_0 \Psi_1} + \dots + \vec{E}^{l,M} e^{jk_0 \Psi_{M-1}}. \quad (13)$$

Відповідно до променевої будови правої частини виразу (13), ЕМП у шарі D у точках ($\sigma_1^0, \sigma_2^0, n_1$), розміщених по нормалі до S_{D_1} , що проходить через $\vec{x}_0$ – складається (асимптотично) з M доданків з фазами, які при $n_1 = 0$ збігаються з $\Phi(\vec{x}_0), \psi_1(\vec{x}_0), \dots, \psi_{M-1}(\vec{x}_0)$.

Увівши нову координату $v = \frac{n}{\delta h(\sigma_1, \sigma_2)}$ та прийнявши до уваги, що $n = \delta h(\sigma_1, \sigma_2) = \delta h(\vec{x}_0)$, шар D можна описати виразом $0 \leq v \leq 1$ (при будь-яких фіксованих значеннях σ_1, σ_2), а поверхні S_{D_1} , S_{D_2} визначаються виразами $v = 0$, $v = 1$ відповідно.

Позначимо через $\hat{\vec{x}}$ точку на S_{D_2} з координатами $\sigma_1 = \sigma_1^0, \sigma_2 = \sigma_2^0, \hat{n} = 0$, при цьому $\hat{\vec{x}}$ і $\vec{x}_0$ розташовані на одній нормалі до S_{D_1} , і передбачимо, що ЕМХ з фазами $\Phi, \psi_1, \dots, \psi_{M-1}$ проходять через всі точки області D_{e_2} , що розміщені поблизу точки $\hat{\vec{x}}$.

Електромагнітне поле у шарі D поблизу точки $\hat{\vec{x}}$ подамо асимптотичним розкладанням:

$$\begin{aligned} \vec{E}_A(\hat{\vec{x}}, k_0) &\equiv \vec{E}_{B_0}(\vec{x}, k_0) \approx \vec{E}_{B_0}(\vec{x}, k_0) \approx \\ &\approx \vec{E}_{B_0}(\sigma, \hat{n}, k_0) e^{jk_0 \Phi(\sigma, \hat{n})} + \\ &+ \sum_{m=1}^{M-1} \vec{E}_{B_0,m}(\sigma, \hat{n}, k_0) e^{jk_0 \Psi_m(\sigma, \hat{n})}, \end{aligned} \quad (14)$$

де $\vec{E}_{B_0}(\sigma, \hat{n}, k_0) \approx \sum_{p=0}^{\infty} \vec{E}_{B_0,p}(\sigma, \hat{n}) \left(\frac{\chi_0}{k_0} \right)^p$ – нульовий член розкладання;

$\vec{E}_{B_0,m}(\sigma, \hat{n}, k_0) \approx \sum_{p=0}^{\infty} \vec{E}_{B_0,p,m}(\sigma, \hat{n}) \left(\frac{\chi_0}{k_0} \right)^p$ – інші члени асимптотичного розкладання;

$\sigma = \sigma(\sigma_1, \sigma_2)$ – криволінійні координати.

Припустимо, що ЕМХ однократно відбиті від поверхні S_{D_1} , не стикаються з цією поверхнею повторно. За умов $M = 1$ і $\psi = \psi_1$ первинне ЕМП в області D_{e_1} поблизу S_{D_1} має такий вигляд:

$$\vec{E}_{A_0} \approx e^{jk_0 \Psi(\vec{x})} \sum_{p=0}^{\infty} \vec{E}_{A_0,p,1}(\sigma, n) \left(\frac{\chi_0}{k_0} \right)^p. \quad (17)$$

Електромагнітне поле у шарі D :

$$\vec{E}_A \approx e^{jk_0 \Phi(\sigma, 0)} \sum_{p=0}^{\infty} \vec{E}_{A,p}(\sigma, v) \left(\chi_0 \delta \right)^p. \quad (18)$$

Електромагнітне поле в області D_{e_2} поблизу S_{D_2} :

$$\vec{E}_{B_0} \approx e^{jk_0 \Phi(\sigma, n)} \sum_{p=0}^{\infty} \vec{E}_{B_0,p}(\sigma, \hat{n}) \left(\frac{\chi_0}{k_0} \right)^p. \quad (19)$$

На основі (18), (19) можна визначити відрізки розкладань будь-якого порядку. Саме відносно до змінної v ЕМП та коефіцієнти його асимптотики мають бути плавними функціями з кінцевими похідними.

Асимптотичні ряди типу (18), (19) є основними при розгляді варіанта однократно відбитих ЕМХ від S_{D_2} поблизу точки $\hat{\vec{x}}_1$.

Для визначення першого, другого і третього елемента асимптотичного розв'язання двовимірної задачі для ЕМХ, що пройшла через шар D на довжині хвилі λ , уведемо дугову координату $\zeta = 2\pi\delta/\lambda = k_0\delta$. Відповідно до рис. 2 в D_{e_1} для $\zeta \approx 1$ первинне ЕМП над поверхнею S_{D_1} має вигляд:

$$\tilde{E}_{A_0}(\vec{x}) = E_{A_0}(\zeta, n, k_0) e^{jk_0\Phi(\zeta, n)}. \quad (20)$$

ЕМП в області D_{e_1} , що відбите від поверхні S_{D_1} :

$$\tilde{E}_{B_1}(x) = E_{B_1}(\zeta, n, \eta) e^{jk_0\Phi(\zeta, n)}. \quad (21)$$

ЕМП у шарі D :

$$\tilde{E}_A(x) = E_A(\zeta, v, \xi) e^{jk_0\Phi(\zeta, v)}. \quad (22)$$

ЕМП в області D_{e_2} або відбите від поверхні S_{D_2} :

$$\tilde{E}_{B_0}(x) = E_{B_0}(\zeta, \hat{n}, \eta) e^{jk_0\Phi(\zeta, v)}, \quad (23)$$

$$\text{де } \xi = \chi_0\delta; \quad (24)$$

$$\eta = \chi_0/k_0 = 1/(R_0k_0). \quad (25)$$

Амплітуди у виразах (20) – (23) є функціями, які можна подати асимптотичними розкладами [15]:

$$E_{A_0} \approx \sum_{l=0}^{\infty} E_{A_0,l}(\zeta, n) k_0^{-l}; \quad (26)$$

$$E_{B_1} \approx \sum_{l=0}^{\infty} E_{B_1,l}(\zeta, n) \eta^l; \quad (27)$$

$$E_A = \sum_{l=0}^{\infty} E_{A,l}(\zeta, v) \xi^l; \quad (28)$$

$$E_{B_0} = \sum_{l=0}^{\infty} E_{B_0,l}(\zeta, \hat{n}) \eta^l. \quad (29)$$

При цьому змінні електрична $\varepsilon = \varepsilon(\zeta, n, \delta)$ і магнітна $\mu = \mu(\zeta, n, \delta)$ проникності мають бути достатньо гладкими відповідно до змінної $\tilde{v} = v h(s)$.

Із урахуванням функцій (26) – (29) вирази (20) – (23) можна записати так:

$$\tilde{E}_{A_0}(\vec{x}) \approx e^{jk_0\Phi(\zeta, n)} \sum_{l=0}^{\infty} E_{A_0,l}(\zeta, n) k_0^{-l}; \quad (30)$$

$$\tilde{E}_{B_1}(x) \approx e^{jk_0\Phi(\zeta, n)} \sum_{l=0}^{\infty} E_{B_1,l}(\zeta, n) \eta^l; \quad (31)$$

$$\tilde{E}_A(x) \approx e^{jk_0\Phi(\zeta, v)} \sum_{l=0}^{\infty} E_{A,l}(\zeta, v) \xi^l; \quad (32)$$

$$\tilde{E}_{B_0}(x) = e^{jk_0\Phi(\zeta, v)} \sum_{l=0}^{\infty} E_{B_0,l}(\zeta, \hat{n}) \eta^l. \quad (33)$$

Вираз для головного асимптотичного наближення, що дає змогу визначати ЕМП за шаром D в області D_{e_2} через первинне ЕМП і геометричні параметри шару можна записати так [15]:

$$E_{B_0,0}(\zeta, n) = (E_{A_0,0})_{n=0} \cdot \frac{\cos \gamma(1-v) - jX \sin \gamma(1-v)}{\cos \gamma - jY s \gamma}, \quad (34)$$

$$\text{де } X = p\beta/\gamma = \sqrt{\beta/\beta} \times \sin v / \sqrt{1 - \cos^2 v / \varepsilon \mu};$$

$$\gamma^2 = \zeta^2 h^2 (\varepsilon \mu - \cos^2 v);$$

$$p = \zeta h(\zeta) \sin v(\zeta);$$

$$h = h(\zeta);$$

$$\hat{\beta} = \varepsilon \mu / \beta;$$

$$Y = 1/2 (X + 1/X);$$

v – постійний кут, що збігається з кутом ковзання в точці спостереження.

У виразі (34) функція $E_{B_0,0}$ відповідає наближенню геометричної оптики. Другий елемент асимптотичного розкладання можна подати виразом [15]:

$$E_{B_0,1}(\zeta, v) = \sum_{j=1}^7 x_j(\zeta) E_{B_0,1j}(\zeta, v). \quad (35)$$

де $E_{B_0,1j}(\zeta, v)$ – складові, що вносяться кривизною поверхні $S_{D_1} - (x_1, E_{B_0,11})$, несквідантністю шару – $(x_2, E_{B_0,12})$, похідними нормального орта $\vec{l}_0$ падаючої хвилі в дотичному до S_{D_1} напрямку – $(x_3, E_{B_0,13})$ і в напрямку нормалі – $(x_4, E_{B_0,14})$, градієнтом головного члена асимптотики амплітуди первинного ЕМП – $(x_5, E_{B_0,15}$ і $x_6, E_{B_0,16})$ і другим елементом асимптотики цієї амплітуди $(x_7, E_{B_0,17})$.

Отже, вираз (34) за своїми властивостями відповідає операторному рівнянню (5) і формалізує голографічно-асимптотичну модель трансформації ЕМП в ПГА, що пов'язує, в наближенні геометричної оптики, падаючу ЕМХ з електромагнітною хвилею, що пройшла, з урахуванням параметрів неоднорідного шару, поверхня якого може бути криволінійною. Кривизна транспаранту антени може бути врахована завдяки використанню другого елемента асимптотичного розкладання (35).

Висновки й перспективи подальших досліджень

На основі принципів голографії та асимптотичного методу розкладання функцій, що описує неоднорідності в радіопрозорих шарах, які за своїми властивостями відповідають поляризаційно-голографічній антені, описана голографічно-асимптотична модель трансформації електромагнітного поля в таких антенах. Наведена модель пов'язує електромагнітну хвилю, що пройшла у транспаранті поляризаційно-голографічної антени з електромагнітною хвилею, що падає на поверхню такої антени в наближенні геометричної оптики.

Для визначення падаючої електромагнітної хвилі та хвилі, що пройшла через транспарант антени використано асимптотичний метод розкладання функцій для формалізації голографічно-асимптотичної моделі трансформації електромагнітного поля у неоднорідному шарі. Зазначена модель дає змогу розглядати процес перетворення (трансформації) електромагнітної хвилі, що падає на поляризаційно-голографічну антену з урахуванням конструктивних параметрів неоднорідного шару, зокрема тих, що враховують його кривизну. Наведена голографічно-асимптотична модель дає змогу описати процес поширення електромагнітних хвиль у поляризаційно-голографічних антенах, які можуть бути конструктивно синтезовані на криволінійних поверхнях літаків і безпілотних літальних апаратів. Також такі антени доцільно використовувати у засобах радіозв'язку та базових станціях безпроводових сенсорних мереж військового призначення.

Подальшими дослідженнями слід вважати опис процесу поширення електромагнітних хвиль, з урахуванням їх багатократного відбиття у планарному імпедансному тілі.

Список бібліографічних посилань

1. Sklar B., Harris F. J. Digital Communications: Fundamentals and Applications. 3-ed ed. Chicago, USA : Pearson, 2021. 2287 p.
2. Пільтій С. І. Електродинаміка та поширення радіохвиль. Конспект лекцій : навчальний посібник. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. 171 с.
3. Марченко А. О., Войтко В. В., Кузьменко В. В. Рекомендації щодо розвитку антенних систем засобів радіорелейного зв'язку. *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони*. 2023. № 47(2). С. 119–124. DOI: 10.33099/2311-7249/2023-47-2-119-124.
4. Марченко А. О., Гусак Ю. А. Конструктивний синтез багатопарової поляризаційно-голографічної антени. Рекомендації щодо впровадження результатів досліджень. *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони*. 2019. № 2(35). С. 5–12. DOI: 10.33099/2311-7249/2019-35-2-5-12.
5. Checcacci F., Russo V., Scheggi A. M. Holographic antennas. *IEEE Transactionson Antennas and Propagation*. 1970. Vol. 18. № 6. P. 811–813. DOI: 10.1109/TAP.1970.1139788.
6. Salehi M., Oraizi H. Holographic Transmitarray Antenna with linear polarization in Xband. *AEU-International Journal of Electronics and Communications*. 2022. Vol. 146. DOI: 10.1016/j.aue.2022.154115.
7. Li M., Tang M., Xiao S. Design of a LP, RHCP and LHCP Polarization-Reconfigurable Holographic Antenna. *IEEE Access*. 2019. Vol. 7. P. 82776–82784. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2923672.
8. Li Y., Li A., Cui T., Sievenpiper D. F. Multiwavelength Multiplexing Hologram Designed Using Impedance Metasurfaces. *IEEE Transactionson Antennas and Propagation*. 2018. Vol. 66, No. 11, pp. 6408–6413. doi:10.1109/TAP.2018.2869427.
9. Karimpour M., Komjani N. Holographic-Inspired Multibeam Reflectarray With Linear Polarization. *IEEE Transactionson Antennas and Propagation*. 2018. Vol. 66. № 6. P. 2870–2882. DOI: 10.1109/TAP.2018.2823776.
10. Movahhedi M., Komjani N. Dual-frequency dual orthogonal polarization wave multiplexing using decoupled pixels based on Holographic technique. *Optics Express*. 2020. Vol. 28, Iss. 8. P. 12424–12438. DOI: 10.1364/OE.391380.
11. Emamian H., Oraizi H., Moieni M. M. Design of Wide-band Dual-beam Leaky-wave Antenna using the Holographic Theory. *27th Iranian Conference on Electrical Engineering*. 2019. P. 1456–1460. DOI: 10.1109/Iranian-CEE.2019.8786404.
12. Wu G. B., Chan K. F., Shum K. M., Chan C. H. Millimeter-Wave Holographic Flat Lens Antenna for Orbital Angular Momentum Multiplexing. *IEEE Transactionson Antennas and Propagation*. 2021. Vol. 69, № 8. P. 4289–4303. DOI: 10.1109/TAP.2020.3048527.
13. Сухаревський О. І., Василюк В. А., Кукобко С. В., Нечитайло С. В., Сазонов А. З. Розсіювання електромагнітних хвиль повітряними та наземними радіолокаційними об'єктами: монографія. Під ред. Сухаревського О. І. Харків : ХУПС, 2009. 468 с.
14. Марченко А. О., Гусак Ю. А., Хамула С. В., Войтко В. В., Стейскал А. Б., Кузьменко В. В. Математичні моделі адаптивних за поляризацією антенних решіток на основі інтегральних рівнянь Фредгольма першого роду. *Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка, Радіоапаратобудування*. 2023. № 93. С. 52–57. DOI: 10.20535/RADAP.2023.93.52-57.
15. Сухаревський І. В., Замятин В. І. Применение метода ортогональных разложений случайных функций к некоторым задачам статистических антенн. *Радіотехніка и електроніка*. 1967. Т. 12. № 7. Вып. 7.

HOLOGRAPHIC-ASYMPTOTIC MODEL OF ELECTROMAGNETIC FIELD TRANSFORMATION IN THE POLARIZATION-HOLOGRAPHIC ANTENNA

MARCHENKO Andrii, Candidate of Technical Sciences, Senior researcher, National Defence University of Ukraine, Kyiv, Ukraine, <https://orcid.org/0000-0002-1268-8012>

SYDORKIN Pavlo, Institute of Special Communications and Information Protection, National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine, <https://orcid.org/0000-0003-2374-1402>

SLYUSAR Petro, Scientific Research Institute of Military Intelligence, Kyiv, Ukraine, <https://orcid.org/0009-0007-3738-2523>

Formulation of the problem in general. The purpose of this article is to present the results of mathematical formalisation of the holographic asymptotic model of electromagnetic field transformation in a polarisation-holographic antenna based on the asymptotic method of function decomposition, which describes inhomogeneities in radio-transparent layers, taking into account the electrodynamic model built on the principles of holography, and to show that the excited electromagnetic field can be represented by the primary field according to the design parameters of the inhomogeneous layer.

Research methods. In writing this article, methods of systematic analysis of electromagnetic wave propagation processes in heterogeneous layers and synthesis of a mathematical model of electromagnetic field transformation in an impedance body were applied. This methodological approach made it possible to obtain expressions that formalise the holographic-asymptotic model of electromagnetic field transformation in the transparency of a polarisation-holographic antenna.

Literature review. An analysis of scientific sources on the constructive synthesis of antennas shows that formalising the process of electromagnetic field transformation through heterogeneous layers is proposed using integral equations for flat surfaces. However, this approach does not allow describing the process of electromagnetic field transformation in impedance bodies of various shapes.

Research results. The essence of the well-known asymptotic method of function decomposition, which describes inhomogeneities in radio-transparent layers for describing the transformation of the electromagnetic field in polarisation-holographic antennas, is shown. A physical model of an inhomogeneous layer is presented and curvilinear coordinates are introduced. Asymptotic series are presented, which are fundamental when considering the case of single-

reflected electromagnetic waves from a surface near the observation point. The first, second, and third elements of the asymptotic solution of a two-dimensional problem for an electromagnetic wave passing through a heterogeneous layer are formalised. A holographic-asymptotic model of electromagnetic field transformation for the main asymptotic approximation (geometric optics) is presented, utilising the primary electromagnetic field and geometric parameters of a heterogeneous layer.

Research novelty. The developed model, based on the approximation of geometric optics, links the incident electromagnetic wave to the transmitted electromagnetic wave, taking into account the properties of the inhomogeneous layer, including the surface curvature and non-uniform layer thickness.

Theoretical and practical significance of the article. The theory of constructive synthesis of polarisation-holographic antennas, which described the processes of electromagnetic wave propagation in planar layers, was further developed for the construction of such antennas on curved surfaces. The developed model can be utilised in the constructive synthesis of antennas for radio communication and control systems, particularly for unmanned aerial vehicles and wireless sensor networks.

Conclusion and future work. Based on the principles of holography and the asymptotic method of function decomposition, which describes inhomogeneities in radio-transparent layers that correspond in their properties to a polarisation-holographic antenna, a holographic-asymptotic model of electromagnetic field transformation in such antennas is described. Further research should focus on describing the propagation of electromagnetic waves, taking into account their multiple reflections in a planar impedance body.

Keywords: polarisation holographic antenna, control system, unmanned aerial vehicle, wireless sensor network, asymptotic decomposition, holography, model, inhomogeneous sphere, transformation, electromagnetic field, geometric optics.

References

1. Sklar, B., Harris, F. J., (2021). *Digital Communications: Fundamentals and Applications*. 3-ed ed. Chicago, USA : Pearson, 2287.
2. Pilyai, S. I., (2023). *Electrodynamics and propagation of radio waves. Konspekt lektsiy : navchal'nyy posibnyk*. Kyiv : Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute.
3. Marchenko, A. O., Voytko, V. V., Kuz'menko, V. V., (2023). Recommendations for the development of antenna systems for radio relay communication. *Modern Information Technologies in the Sphere of Security and Defence*. Kyiv : NUOU, 47(2), 119–124. DOI: 10.33099/2311-7249/2023-47-2-119-124.
4. Marchenko, A. O., Husak, Yu. A., (2019). Constructive Synthesis Multilayer Polarization Holographic Antenna. Recommendations for Implementation of Research Results. *Modern Information Technologies in the Sphere of Security and Defence*, 35(2), 5–12. doi:10.33099/2311-7249/2019-35-2-5-12.
5. Checcacci, F., Russo, V., Scheggi, A. M., (1970). Holographic antennas. *IEEE Transactionson Antennas and Propagation*, 18(6), 811–813. DOI: 10.1109/TAP.1970.1139788.
6. Salehi, M., Oraizi, H., (2022). Holographic Transmitarray Antenna with linear polarization in Xband. *AEU–International Journal of Electronics and Communications*, 146. DOI: 10.1016/j.aeue.2022.154115.
7. Li, M., Tang, M., Xiao, S. (2019). Design of a LP, RHCP and LHCP Polarization-Reconfigurable Holographic Antenna. *IEEE Access*, 7, 82776–82784. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2923672.
8. Li Y., Li A., Cui T., Sievenpiper, D. F., (2018). Multiwavelength Multiplexing Hologram Designed Using Impedance Metasurfaces. *IEEE Transactionson Antennas and Propagation*, 66(11), 6408–6413. DOI: 10.1109/TAP.2018.2869427.
9. Karimipour, M. Komjani, N., (2018). Holographic-Inspired Multibeam Reflectarray With Linear Polarization. *IEEE Transactionson Antennas and Propagation*, 66(6), 2870–2882. DOI: 10.1109/TAP.2018.2823776.
10. Movahhedi, M., Komjani, N. (2020). Dual-frequency dual orthogonal polarisation wave multiplexing using decoupled pixels based on the Holographic technique. *Optics Express*, 28(8), 12424–12438. DOI: 10.1364/OE.391380.
11. Emamian, H., Oraizi, H., Moieni, M. M., (2019). Design of Wide-band Dual-beam Leaky-wave Antenna using the Holographic Theory. *27 thIranian Conferenceon Electrical Engineering*, 1456–1460. DOI: 10.1109/IranianCEE.2019.8786404.
12. Wu, G. B., Chan, K. F., Shum, K. M., Chan, C. H., (2021). Millimeter-Wave Holographic Flat Lens Antenna for Orbital Angular Momentum Multiplexing. *IEEE Transactionson Antennas and Propagation*, 69(8), 4289–4303. DOI: 10.1109/TAP.2020.3048527.
13. Sukharevsky, O. I., Vasilets, V. A., Kukobko, S. V., Nechitaylo, S. V., Sazonov, A. Z., (2009). *The Electromagnetic Wave Scattering by Aerialand Ground Radar Objects: monograph*. Ed. By Sukharevsky O. I. Kharkiv : HUPS, 2009.
14. Marchenko, A. O., Husak, Yu. A., Khamula, S. V., Voitko, V. V., Steiskal, A. B., Kuzmenko, V. V., (2023). Mathematical Models of Polarization Adaptive Antenna Arrays Based on First-Kind Fredholm Integral Equations: *Visnyk NTUU KPI Seriiia – Radiotekhnika Radioaparatobuduvannia*. 93, 52–57. DOI: 10.20535/RADAP.2023.93.52-57.
15. Sukharevsky I. V., Zamyatin V. I., (1967). Application of the method of orthogonal decompositions of random functions to some problems of statistical antennas. *Radiotekhnika i elektronika*. 12(7), 7.

Рукопис надійшов до редакції 27.11.2025
 Рукопис прийнято до друку після рецензування 03.12.2025
 Дата публікації 30.12.2025