УДК: 521.9;623.46;629.78

DOI: 10.33099/2311-7249/2025-52-137-152

РАКУШЕВ Михайло Юрійович,

доктор технічних наук, старший науковий співробітник, Національний університет оборони України, Київ, Україна, https://orcid.org/0000-0002-7703-3287

БОГУН Олексій Іванович,

Національний університет оборони України, Київ, Україна, https://orcid.org/0009-0002-1940-0795

МЕТОДИКА АПРОКСИМАЦІЇ ЗМІН ЕЛЕМЕНТІВ ОРБІТИ КОСМІЧНОГО АПАРАТА ЗА КАТАЛОГОМ КОСМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ UNITED STATES SPACE COMMAND

Тенденція збільшення кількості космічних апаратів у навколоземному космічному просторі, наростаючі темпи його мілітаризації висуває все більш суворі вимоги до забезпечення високого рівня космічної ситуаційної обізнаності, достовірності та своєчасності інформації, яка надається. Виявлення маневрів космічних апаратів військового призначення, мети їх здійснення є важливою складовою космічної ситуаційної обізнаності. Під час проведення дослідження розглянуто способи виявлення маневрів космічних апаратів військового призначення, мети їх здійснення є важливою складовою космічної ситуаційної обізнаності. Під час проведення дослідження розглянуто способи виявлення маневрів космічних апаратів, які базуються на роботі з даними відкритого каталогу параметрів руху космічних об'єктів United States Space Command. a came: Space Event Detection Method (Russell P. Patera); Satellite Maneuver Detection Using Two-line Element (TLE) Data (Tom Kelecy); Simplified Approach to Detect Satellite Maneuvers Using TLE Data and Simplified Perturbation Model Utilizing Orbital Element Variation (Arvind Mukundan). Усі зазначені способи мають ряд суттєвих недоліків а саме: повільні та малопомітні маневри (наприклад, використання іонних двигунів) можуть залишитися незафіксованими через те, що їх вплив на орбітальні параметри, які аналізуються є занадто малим; відсутній механізм, який дає можливість відрізнити природні збурення (наприклад, атмосферний опір, сонячний вітер) від навмисних маневрів, особливо якщо зміни в орбітальних параметрах є незначними; використовують не всі інформативні елементи, які надаються в каталозі TLE.

Метою статті є розроблення методики визначення параметрів апроксимації динаміки змін елементів орбіти космічного апарата за даними з каталогу космічних об'єктів United States Space Command для виявлення факту цілеспрямованої зміни параметрів орбіти космічного апарату (маневру).

Методи дослідження. Під час дослідження використані методи математичної статистики, апроксимації дискретних вимірів за допомогою алгебраїчних поліномів та теорія польотів космічних апаратів (зміна елементів орбіти під дією керованої сили та прогнозування їх руху). Зазначений методологічний підхід дав змогу визначити статистичні характеристики каталогу для маневруючих та не маневруючих об'єктів ближнього космосу.

Отримані результати дослідження. За результатами проведених досліджень встановлено, що для виявлення маневрів космічних апаратів за аналізом каталогу космічних об'єктів United States Space Command необхідно розглядати усі TLE параметри космічних апаратів, наведені в каталозі. Так, TLE-параметри, зміни яких є інформативними для виявлення маневрів космічних апаратів ближнього космосу, містять не лише традиційно використовувані для аналізу велику піввісь, ексцентриситет і нахил орбіти, а й додаткові параметри: першу похідну середнього руху та приведений балістичний коефіцієнт. Крім того, для апроксимації динаміки змін значень ТLEпараметрів космічних апаратів ближнього космосу доцільно використовувати алгебраїчні поліноми та брати 30 послідовних відліків з каталогу. Водночас, оптимальний степінь поліному для апроксимації за критерієм максимуму коефіцієнту детермінації ТLE-параметрів космічних апаратів ближнього космосу не є сталою, знаходиться в діапазоні 2–5, залежно від TLE-параметру та інтервалу розгляду. Для приведеного балістичного коефіцієнту або першої похідної середнього руху зазначений степінь дорівнює 3. Доведено, що після апроксимації динаміки змін TLE-параметрів вищенаведеним підходом, результуюча нев'язка, між вихідною вибіркою та алгебраїчним поліномом має нормальний закон розподілу, що дає змогу визначати порогове значення стрибка для виявлення факту маневру за розрахованим значенням середньо-квадратичного відхилення нев'язки. Динаміка змін першої похідної середнього руху та приведеного балістичного коефіцієнту для космічних апаратів ближнього космосу має значну взаємну кореляцію, що за виявлення маневрів космічних апаратів може бути корисним через значну взаємну статистичну залежність цих параметрів.

Елементи наукової новизини. На відмінну від попередніх способів виявлення маневру космічного апарату доведено інформативність таких елементів каталогу як приведений балістичний коефіцієнт та перша похідна середнього руху космічного апарату та проведено визначення статистичних характеристик елементів каталогу космічних об'єктів United States Space Command.

© М. Ю. Ракушев, О. І. Богун

This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

Теоретична й практична значущість. Результати дослідження мають практичне й теоретичне значення і призначені для використання у процесі розроблення спеціалізованого програмно-алгоритмічного забезпечення ситуаційного центра Міністерства оборони України (Збройних Сил України) призначеного для аналізу та моніторингу космічної обстановки з метою виявлення маневрів космічних апаратів ближнього космосу.

Ключові слова: космічна ситуаційна обізнаність, апроксимація, космічний апарат, орбітальні космічні засоби, ситуаційний центр, космічна підтримка, моніторинг, маневр, спеціалізоване програмно-алгоритмічне забезпечення, операція об'єднаних угруповувань військ.

Вступ

Постановка проблеми. Станом на 21 листопада 2024 року в навколоземному космічному просторі перебуває 47 тис. об'єктів штучного походження, з яких 10 700 класифікуються як активні космічні апарати (далі – КА) та 17 200 об'єктів, які підлягають подальшому аналізу та визначенню [1]. Зазначена інформація надається у відкритому доступі космічним командуванням Сполучених Штатів Америки (United States Space Command).

Більшість із активних КА оснащені системами маневрування, що дозволяє коригувати їх орбіту та уникати зіткнень. Наприклад, супутники системи Starlink від SpaceX регулярно виконують маневри для запобігання зіткненням. Лише за шість місяців 2023 року вони здійснили близько 50 000 таких маневрів [2]. КА глобальних навігаційних супутникових систем, таких як GPS, GLONASS, Galileo та BeiDou, також оснащені системами маневрування для підтримання точності позиціонування. Загалом, використання можливостей маневрування космічним апаратом можливо як в мірних цілях (забезпечення безпеки польоту), так і для досягнення поставлених військових завдань. Так, маневри КА у військових цілях можуть бути здійснені для:

зближення з іншим КА (інспекція стану КА, потенційне порушення роботи КА або вплив на його роботу);

ухилення від дій інших (ворожих) КА;

проведення прихованих дій (наприклад, КНР активно розробляє КА з можливістю перехоплення і виведення з ладу інших КА – супутники серії Shijian);

демонстрації військових спроможностей (у 2007 році КНР провела випробування протисупутникової зброї, знищивши свій супутник Fengyun-1C. Такі тести показують, що маневри КА можуть бути здійсненні в межах проведення військової операції;

проведення радіо-електронної розвідки і радіоелектронної боротьби (переміщення КА в найбільш сприятливі орбітальні позиції для здійснення радіоелектронної розвідки (прослуховування, перехоплення сигналів та придушення сигналів зв'язку або навігації);

маскування та захисту (уникнення спостереження противником і приховування мети застосування).

Всі перераховані напрями є характерними для російської федерації (далі – рф), яка постійно проводить ворожі дії в космосі відносно до інших країн. Так, у 2014 році рф запустила супутник «Луч»

відомий як «Олімп-К»), заявлений (також як ретранслятор даних. У 2015 році цей супутник здійснив серію маневрів, наближаючись ло комерційних супутників компанії Intelsat на геостаціонарній орбіті. Зокрема, «Луч» наблизився до супутників Intelsat 7 та Intelsat 901 на відстань близько 10 кілометрів [3].

Представники Intelsat назвали такі маневри «безвідповідальними» та висловили занепокоєння щодо можливого перехоплення даних або створення перешкод у роботі їхніх супутників. Дії російського супутника стали причиною проведення кількох закритих нарад між представниками компанії та Пентагону. Спроби Intelsat встановити контакт з операторами «Луча» безпосередньо та через Міністерство оборони США не увінчалися успіхом.

У вересні 2015 року «Луч» здійснив новий маневр і зайняв позицію поруч із супутником Intelsat 905. Ці дії посилили занепокоєння міжнародної спільноти щодо цілей та можливостей російських супутників, здатних проводити подібні маневри.

У листопаді 2019 року рф запустила супутник «Космос-2542», який, за даними США, у 2020 році наблизився до американського розвідувального супутника USA-245 (КН-11). Американські військові висловили занепокоєння щодо таких маневрів, вважаючи їх потенційно агресивними діями [4].

У 2022 році російські супутники «Космос-2562» та «Ресурс-П» № 3 здійснили маневри, які американська компанія LeoLabs назвала потенційно небезпечними. «Ресурс-П» № 3, який до цього моменту вважався неактивним, неспрогнозовано наблизився до «Космос-2562», що викликало питання щодо його функціональності та мети застосування. У жовтні 2023 року «Ресурс-П» № 3 здійснив черговий маневр і, в результаті чого, зійшов з орбіти [5].

З метою можливості контролю дотримання правил та норм застосування технічних засобів у космічному просторі провідними країнами світу постійно удосконалюються та розвиваються системи контролю й аналізу космічної обстановки, одним із центральних завдань яких є забезпечення високого рівня космічної ситуаційної обізнаності.

Важливою вимогою космічної ситуаційної обізнаності як складової космічної підтримки операції об'єднаних сил угруповувань військ є визначення поточного місцезнаходження орбітальних космічних засобів. Вказані випадки підкреслюють важливість моніторингу та аналізу маневрів космічних апаратів

ISSN 2311-7249 (Print) ISSN 2410-7336 (Online)

для забезпечення безпеки на орбіті та запобігання потенційним загрозам.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Зараз відомі та використовуються достатньо велика кількість способів виявлення маневрів КА [6–11].

Для подальшого розгляду візьмемо способи виявлення маневрів КА, які базуються на роботі з даними відкритого каталогу параметрів руху космічних об'єктів United States Space Command, (далі – TLE). До таких підходів відносяться:

1. Space Event Detection Method (Russell P. Patera) [12].

Спосіб базується на: використанні аналітичних моделей для оцінки нормального руху об'єктів; визначення аномалій у русі, які мають відмінності від прогнозованого руху; методи спостереження та моделювання.

Недоліками способу є: обмеження в можливості аналізу великого сузір'я супутників; складність виявлення дуже малих або повільних маневрів КА.

2. Satellite Manoeuvre Detection Using Two-line Element (TLE) Data (Tom Kelecy) [13].

Спосіб базується на: використанні послідовних наборів TLE для виявлення змін у ключових параметрах; аналізі відхилення параметрів від очікуваних; зміні у швидкості та напрямку руху як показник ймовірності маневру.

Недоліками способу є: не всі маневри можна виявити, особливо ті, які виконуються двигунами малої тяги.

3. Simplified Approach to Detect Satellite Maneuvers Using TLE Data and Simplified Perturbation Model Utilizing Orbital Element Variation (Arvind Mukundan) [14].

Спосіб базується на: виявленні факту маневру через аналіз відхилень від прогнозованого руху; поєднанні спрощених чисельних методів для аналізу варіації орбітальних елементів; базуванні на пошуці різких змін, які не відповідають очікуваним природним ефектам.

Недоліками способу є: модель не враховує всі джерела збурень, що впливають на інтерпретацію маневру; наявні складнощі в селекції природних відхилень (наприклад, атмосферний опір) від дійсних маневрів. Зведені відомості щодо параметрів та елементів орбіти КА, які аналізуються в кожному способі наведено у табл. 1.

Усі розглянуті способи мають ряд суттєвих недоліків а саме:

повільні та малопомітні маневри (наприклад, використання іонних двигунів) можуть залишитися незафіксованими через те, що їх вплив на орбітальні параметри, які аналізуються є занадто малим;

відсутній механізм, який дає можливість відрізнити природні збурення (наприклад, атмосферний опір, сонячний вітер) від навмисних маневрів, особливо якщо зміни в орбітальних параметрах є незначними;

використовують не всі інформативні елементи, які надаються в каталозі TLE.

ISSN 2311-7249 (Print) ISSN 2410-7336 (Online)

Зведені відомості щодо параметрів та елементів орбіти космічних апаратів, які аналізуються в кожному способі

Таблиця 1

~	
Спосіб	Елементи, що аналізуються
Space Event	механічна енергія
Detection Method	(параметри, що впливають
	на енергію: велика піввісь
	орбіти, ексцентриситет,
	висота перигею та апогею);
	варіації механічної
	енергії;
	відносне положення
	об'єктів.
Satellite Maneuver	велика піввісь орбіти;
Detection Using	нахил орбіти;
TLE Data	довгота висхідного вузла;
	ексцентриситет;
	аргумент перигею;
	середня аномалія.
Simplified Approach	велика піввісь орбіти;
Using TLE and	нахил орбіти;
Perturbation Model	ексцентриситет;
	аргумент перигею;
	довгота висхідного вузла.

Метою статті є розроблення методики визначення параметрів апроксимації динаміки змін елементів орбіти космічного апарата за даними з каталогу космічних об'єктів United States Space Command для виявлення факту цілеспрямованої зміни параметрів орбіти космічного апарату (маневру).

Виклад основного матеріалу дослідження

Початкові дані. Відкритий каталог параметрів руху космічних об'єктів космічного командування Сполучених Штатів Америки (United States Space Command), джерелом якого є офіційний сайт SPACE-TRACK.ORG, в якому координатна інформація надається у формі дворядкового набору елементів (Two-Line Element Set.

ТLЕ це формат орбітальних параметрів космічного об'єкта, що використовується в аналітичних моделях прогнозування руху для обчислення траєкторій супутників: ближнього космосу (середній рух ≥ 6 обертів/добу) — Simplified General Perturbations 4 (далі – SGP4) та дальнього космосу (середній рух < 6 обертів/добу) — Simplified Deep Space Perturbation 4 (далі – SDP4).

В якості об'єкта дослідження було вибрано процес некерованого руху вітчизняного КА «СІЧ 2-30» (міжнародний номер 2022-002АҮ, номер Norad 51030), який гарантовано не має можливості маневрування, на часовому інтервалі 05 серпня – 11 вересня 2024 року.

Загальна вибірка елементів TLE з каталогу має вигляд:

$$\{t_i\}, \quad i = 1, 2, \cdots N,$$
 (1)

$$y = (y_i), \quad i = 1, 2, \dots N,$$
 (2)

де: y_i , t_i , N – елемент TLE, момент часу, на який надано параметри орбіти в записі TLE та їх кількість, відповідно.

Завдання дослідження. Для обраного параметру орбіти з каталогу космічних об'єктів USSPACECOM:

розрахунок апроксимуючого поліному (3) на визначеному часовому інтервалі;

вибір оптимальної степені поліному для апроксимації;

розрахунок нев'язкі між значеннями вибірки та апроксимуючим поліномом;

перевірка відповідності отриманої нев'язкі нормальному закону розподілення.

Під маневром КА далі розуміється будь-яка керована зміна траєкторії КА під дією його рушійної установки, як для корекції орбіти так і для зміни її параметрів. Послідовно кожний елемент (орбітальний параметр), який міститься в TLE апроксимується алгебраїчним поліномом за 100, 75, 50 та 30 точками. вибраного При цьому, значення елементу обраховувалося з відповідним значенням момент часу, на який надано параметри орбіти. Розглядаються поліноми від 1 до 5 степеню включно, з подальшим вибором оптимальної степеню поліному на підставі аналізу:

значень коефіцієнту детермінації - R^2 (4). Поліном із найвищим значенням R^2 , близьким до 1, вважався оптимальним. Якщо збільшення степені полінома незначно збільшує R^2 , вищий ступінь вважався надлишковим;

середньо квадратичного відхилення похибки – RMSE (5). Поліном із найменшим значенням RMSE вибирався як кращий, оскільки він мінімізує середню похибку прогнозу. Якщо RMSE суттєво не зменшувалася зі збільшенням степені полінома вибиралася простіша модель [15].

$$\hat{y} = \sum_{k=0}^{m} a_k t^k \tag{3}$$

де: \hat{y} – апроксимуючий поліном;

- *m* степінь поліному;
- ак фіксовані коефіцієнти.

$$R^{2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N} (y_{i} - \bar{y}_{i})^{2}}{\sum_{i=1}^{N} (y_{j} - \bar{y})^{2}}$$
(4)

де: *y_i* – елемент вибірки;

 \hat{y}_i – значення апроксимованого поліному в точці t_i ;

 \bar{y} - середнє арифметичне вибірки;

N-кількість елементів у вибірці.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (y_i - \hat{y}_i)^2}{N}}$$
(5)

Розрахунки для пошуку та визначення степені поліному, перевірки на відповідність нормальному закону розподілення, проводились програмою на мові Payton з використанням наступних бібліотек та функції:

1. Обробка вхідних даних:

використовується *numpy.polyfit* для побудови поліномів різного степені;

обчислюються прогнозовані значення за допомогою *numpy.polyval*.

2. Оцінка моделі:

використовуються sklearn.metrics.r2_score для розрахунку R^2 ;

RMSE обчислюється за допомогою sklearn.metrics.mean squared error.

3. Перевірка на відповідність нормальному закону розподілення:

використовувалася бібліотека scipy.stats. Тест Шапіро-Уілка: функція stats.shapiro(data), тест Колмогорова-Смірнова: функція stats.kstest(data, 'norm', args=(data.mean(), data.std())), тест Андерсона-Дарлінга: функція stats.anderson(data, dist='norm').

Прикінцевим етапом дослідження було проведення розрахунку різниці нев'язкі вибраного елементу TLE зі значенням поліному у відповідний часовій точці. Після отримання результатів по всій кількості визначених точок проводився аналіз щодо відповідності отриманих результатів нормальному закону розподілення. Перевірка на відповідність нормальному закону проводилася за допомогою тестів Шапіро-Уілка, Колмогорова-Смирнова та Андерсона-Дарлінга. Перевірка проводилася за чіткого критерію значимості ($\alpha = 0.01$).

Аналіз проводився за такими елементами TLE: середня аномалія;

нахил орбіти;

ексцентриситет;

аргумент перигею;

середній рух;

перша похідна середнього руху;

приведений балістичний коефіцієнт (BSTAR).

Зведені дані з проведеними розрахунками наведені у табл. 2–8, та рис. 1–14. Для зручності, розраховані оптимальні значення поліномів показані жирним шрифтом.

	Результати обробки значень середньої аномалії						
Кіль-	Степінь	Степінь Значення	Середньо	Середньо Перевірка на		юрмальному	
кість	поліному	коефіцієнту	квадратичне	38	кону розподілен	ІНЯ	
вимірю-	(m)	$\pi = \pi = \pi \cdot i $	відхилення	Шапіро-	Колмогорова-	Андерсона-	
вань, N	(<i>m</i>)	детермінаціі (R ²)	похибки (<i>RMSE</i>)	Вілка	Смірнова	Дарлінга	
	1 0,99677 1,28550						
	2	0,99698	1,24202				
100	3	0,999108	0,67566	He	відповідає	He	
	4	0,99806	0,99511	віоповіоце		віоповіоає	
	5	0,99014	2,24676				
	1	0,99249	1,28665	відповідає	відповідає	sidnosida¢	
	2	0,99788	0,68232				
75	3	0,99789	0,68145				
	4	0,99121	1,39165				
	5	0,972737	2,45176				
	1	0,989909	1,01071		відповідає	sidnosidae	
	2	0,99396	0,78166	відповідає			
50	3	0,99536	0,68483				
	4	0,99499	0,71202				
	5	0,990209	0,99558				
	1	0,980506	0,78288				
	2	0,98514	0,68333	відповідає			
30	3	0,99645	0,33399		відповідає	відповідає	
	4	0,98741	0,62905				
	5	0,95182	1,23067	1	1		



Дата Рисунок 1 – Графік зміни значень середньої аномалії (50 вимірів, поліном 3-го степеня)



Рисунок 2 – Гістограма нев'язок апроксимації середньої аномалії

ISSN 2311-7249 (Print) ISSN 2410-7336 (Online)

	Результати обробки значень нахилу орбити						
Кіль-	Станіни	20000000	Середньо	Перен	зірка на відповіді	ність до	
кість	кість поліцоми	степны значення	квадратичне	нормального закону розподілення			
вимірю-		косфіцієнту	відхилення	Шапіро-	Колмогорова-	Андерсона-	
вань	(<i>m</i>)	детермінації (К)	похибки (RMSE)	Вілка	Смірнова	Дарлінга	
	1	0,96599 0,000306					
	2	0,97479	0,00026				
100	3	0,97519	0,00026	He	не відповідає	He	
	4	0,98167	0,00022	BIONOBIOUE		BIONOBIOUE	
	5	0,97009	0,00028				
	1	0,94225	0,00028	відповідає	sidnosida¢	sidnosidae	
[2	0,95287	0,00025				
75	3	0,97361	0,00019				
	4	0,99032	0,00011				
	5	0,99235	0,000103				
	1	0,88569	0,00018		відповідає	відповідає	
	2	0,93863	0,00013				
50	3	0,96676	0,000102	відповідає			
	4	0,97065	0,00009				
	5	0,97604	0,00008	7			
	1	0,70538	0,00012				
	2	0,84286	0,00008				
30	3	0,95659	0,00004	відповідає	відповідає	відповідає	
	4	0,95863	0,00004	1			
	5	0.96974	0.00003	1		1	



Рисунок 3 – Графік зміни значень нахилу орбіти (50 контрольних вимірів) та полінома 1-го степеня



Рисунок 4 – Гістограма нев'язок апроксимації нахилу орбіти

		Результати оброби	ки значень ексцентри	иситету орбіті	4	
		2	Середньо	Перен	зірка на відповіді	ність до
Кількість	Степінь	Уначення	квадратичне	нормального закону розподілення		
вимірювань	поліному (т)		відхилення	Шапіро-	Колмогорова-	Андерсона-
			похибки (RMSE)	Вілка	Смірнова	Дарлінга
	1	0,59282	0,00000103			sidnosidae
	2	0,95677	0,000000448			
100	3	0,96072	0,000000407	відповідає	відповідає	
	4	0,96246	0,00000389]		
	5	0,95706	0,000000445]		
	1	0,56106	0,00000435		sidnosida¢	sidnosida¢
	2	0,95502	0,000000446	відповідає		
75	3	0,95531	0,000000443			
	4	0,95533	0,000000442			
	5	0,95277	0,000000468			
	1	0,90927	0,00000103		sidnosidae	відповідає
	2	0,9677	0,00000368	відповідає		
50	3	0,9677	0,000000368			
	4	0,96918	0,00000351			
	5	0,96802	0,000000364	1		
	1	0,94190	0,00000358			
	2	0,94208	0,00000357	1		
30	3	0,94983	0,00000309	відповідає	відповідає	відповідає
	4	0,96199	0,00000234	1		
	5	0,99053	0.000000584	1		



Рисунок 5 – Графік зміни значень ексцентриситету орбіти (50 контрольних вимірів) та полінома 4-го степеня



Рисунок 6 – Гістограма нев'язок апроксимації ексцентриситету

ISSN 2311-7249 (Print) ISSN 2410-7336 (Online)

	Результати обробки значень аргументу перигею орбіти						
Кіль-		2	Середньо	Перен	зірка на відповіді	ність до	
кість	Степінь	значення	квадратичне	нормального закону розподіленн			
вимірю-	поліному (т)	$ROE \psi I \Pi E H I Y$	відхилення	Шапіро-	Колмогорова-	Андерсона-	
вань		детермінації (К.)	похибки (RMSE)	Вілка	Смірнова	Дарлінга	
	1	0,99987	0,21965			ає відповідає	
	2	0,99995	0,12717				
100	3	0,99996	0,11762	відповідає	відповідає		
	4	0,99995	0,12683				
	5	0,99901	0,61929				
	1	0,999925	0,09102		sidnosidae	sidnosida¢	
Í T	2	0,999933	0,08581	відповідає			
75	3	0,999938	0,08292				
	4	0,999946	0,07688				
	5	0,99872	0,37757				
	1	0,999921	0,09188		₿idnoßida€	відповідає	
	2	0,999931	0,08586				
50	3	0,999935	0,08359	відповідає			
	4	0,999944	0,07767				
	5	0,99885	0,35147				
	1	0,999885	0,05573				
1	2	0,999887	0,05546	1			
30	3	0,999899	0,05232	відповідає	відповідає	відповідає	
	4	0,999901	0,05188	1			
	5	0 008472	0 20302	1			



Рисунок 7 – Графік зміни значень аргументу перигею орбіти (50 контрольних вимірів) та полінома 3-го степеня



Рисунок 8 – Гістограма нев'язок апроксимації аргументу перигею

	Результати обробки значень середнього руху космічного апарату						
Кіль-		Значення	Середньо	о Перевірка на відпов не нормального закону р		ність до полілення	
кість вимірю- вань	Степінь поліному (<i>m</i>)	коефіцієнту детермінації (<i>R</i> ²)	відхилення похибки (RMSE)	Шапіро- Вілка	Колмогорова- Смірнова	Андерсона- Дарлінга	
	1	0,990020630	0,0004777844			sidnosidae	
	2	0,997328267	0,0002472162]			
100	3	0,997328278	0,0002472157	відповідає	відповідає		
	4	0,997328287	0,0002472152	7			
	5	0,997328297	0,0002472148				
	1	0,99002063	0,0004777844		відповідає	відповідає	
	2	0,99732826	0,0002472162	відповідає			
75	3	0,99732827	0,0002472157				
	4	0,99732828	0,0002472152				
	5	0,99732829	0,0002472148				
	1	0,99826	0,0000137				
	2	0,99914	0,0000067		відповідає	не відповідає	
50	3	0,99957	0,0000033	He			
	4	0,99801	0,0000157	BIONOBIOUE			
	5	0,99121	0,0000696				
	1	0,99953	0,0000109				
30	2	0,99963	0,0000084				
	3	0,99982	0,0000041	відповідає відповідає	відповідає	відповідає	
	4	0,99445	0,0001294				
1	5	0,97850	0.0005017	1			



Рисунок 9 – Графік зміни значень середнього руху орбіти (50 контрольних вимірів) та полінома 3-го степеня



Рисунок 10 – Гістограма нев'язок апроксимації середнього руху

Таблиця '	7
-----------	---

	Результати	обробки значень пер	шої похідної середнь	ого руху кос	мічного апарату	7	
Кіль-		Знацення	Середньо		Перевірка на відповідність до		
кість	Степінь	roedinicuty	квадратичне	нормального закону розподіле		поділення	
вимірю-	поліному (т)		відхилення	Шапіро-	Колмогорова-	Андерсона-	
вань		детермінації (К)	похибки (<i>RMSE</i>)	Вілка	Смірнова	Дарлінга	
	1	0,515777	0,00002162				
100	2	0,60683	0,00001756]		не відповідає	
	3	0,67998	0,00001429	He	He		
	4	0,65187	0,00001554	віоповіоає	βιοποβιοάε		
	5	0,62916	0,00001656				
	1	0,64343	0,000017961		не відповідає	не відповідає	
	2	0,65732	0,000017261	не відповідає			
75	3	0,65734	0,000017260				
	4	0,64775	0,000017743				
	5	0,61875	0,000019204				
	1	0,28366	0,000017690		не відповідає	не відповідає	
	2	0,29457	0,000017420				
50	3	0,40425	0,000014712	He			
	4	0,40132	0,000014784	<i>ΒΙΟΠΟΒΙΟΑΕ</i>			
	5	0,37310	0,000015481				
	1	0,21065	0,000042395				
30	2	0,45669	0,000029180				
	3	0,46646	0,000028655	відповідає	відповідає	відповідає	
	4	0,43991	0,000030081]			
	.5	0.40451	0.000031983	1			



Рисунок 11 – Графік зміни значень першої похідної середнього руху та полінома 3-го степеня



Рисунок 12 – Гістограма нев'язок апроксимації першої похідної середнього руху

146

ISSN 2311-7249 (Print) ISSN 2410-7336 (Online)

	Результати обробки значень приведеного балістичного коефіцієнту космічного апарату							
Кіль-	Степінь	Значення	Середньо	Перевірка на відповідність до				
кість	поліному	коефіцієнту	квадратичне	нормаль	ного закону розп	оділення		
вимірю-	(<i>m</i>)	детермінації (R ²)	відхилення	Шапіро-	Колмогорова-	Андерсона-		
вань			похибки (<i>RMSE</i>)	Вілка	Смірнова	Дарлінга		
	1	0,464075	0,002011					
	2	0,548956	0,001692]				
100	3	0,636228	0,001365	He	не відповідає	He		
	4	0,598391	0,001507	BIONOBIOUE		вюповюає		
	5	0,573205	0,001601					
	1	0,5990544	0,001712		sidnosida¢	не відповідає		
	2	0,6183079	0,001630	не відповідає				
75	3	0,6183080	0,001630					
	4	0,6183076	0,001630					
	5	0,6183073	0,001630					
	1	0,2480017	0,0016552597			не		
	2	0,2520095	0,0016464377	не	відповідає			
50	3	0,2520061	0,0016464452					
	4	0,2520027	0,0016464527	вюповюає		віоповіоає		
	5	0,2519993	0,0016464602]				
	1	0,14426	0,0038595					
	2	0,41245	0,0026499					
30	3	0,41247	0,0026498	відповідає	відповідає	відповідає		
	4	0,41248	0,0026497]				
	5	0,41248	0,0026497					



Рисунок 13 – Графік зміни значень приведеного балістичного коефіцієнта та полінома 3-го степеня



Рисунок 14 – Гістограма нев'язок апроксимації приведеного балістичного коефіцієнта космічного апарату

ISSN 2311-7249 (Print) ISSN 2410-7336 (Online)

Під час дослідження було проведено аналіз кореляції між значеннями величини приведеного балістичного коефіцієнта та першої похідної середнього руху. У підсумку було отримано такі результати:

коефіцієнт кореляції Пірсона г (6) становить 0,9998, що показує значний статистичний зв'язок між значеннями першої похідної та значеннями BSTAR.

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 * \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$
(6)

де x_i , y_i – елементи вибірки першої похідної середнього руху та значень BSTAR;

 $\overline{x}, \overline{y}$ – середні значення відповідних змінних.

Рівень імовірності (р-значення (7)) становить 10⁵ та свідчить про те, що ймовірність випадкового збігу між першою похідною та значеннями BSTAR практично дорівнює нулю.

Ці показники підтверджують, що виявлений зв'язок між цими змінними є статистично значущим.

$$p = 2 \cdot \left(1 - F_t(|t|)\right) \tag{7}$$

де: *F*_t – кумулятивна функція розподілення Ст'юдента [16].

З метою виявлення залежності зміни значення величини балістичного коефіцієнту проведено аналіз змін балістичного коефіцієнту для КА з близькими параметрами орбіти, а саме з нахилом орбіти 97–98 градусів із висотою орбіти до 1000 км. В якості КА був вибраний КА військового призначення «Барс» МЗ міжнародний номер 2022-054А та № 52713 за каталогом Norad, з параметрами орбіти нахил орбіти 97,56, висота апогею 498 км, висота перигею 484 км, який належить рф. Аналіз проводився в той же період часу як і попередній (рис. 13, 15). В результаті аналізу отримано такі дані:



Рисунок 15 – Графік зміни значень приведеного балістичного коефіцієнта космічного апарату «Барс» МЗ

За таких умов, коефіцієнт кореляції Пірсона між значеннями BSTAR двох КА становить 0,883, а р-значення 6,55×10⁻⁵, що вказує на сильну статистичну залежність між цими даними.

Запропонований підхід виявлення маневру КА було апробовано на КА «Ресурс П4» рф військового призначення, під час здійснення маневру виявленого спеціалізованим підрозділом Збройних Сил України 27 грудня 2024 року (рис. 16–19).







Рисунок 17 – Графік зміни значень великої півосі космічного апарату «Ресурс П4»



Рисунок 18 – Графік зміни значень першої похідної середнього руху космічного апарату «Ресурс П4»

ISSN 2311-7249 (Print) ISSN 2410-7336 (Online)



Рисунок 19 – Графік зміни значень приведеного балістичного коефіцієнта космічного апарату «СІЧ 2-30»

У відомих способах виявлення маневрів КА (табл. 1) головним елементом, який аналізується, є зміна значення великої півосі, проте, водночас, велика піввісь безпосередньо пов'язана зі значенням середнього руху КА, а саме:

$$n = \sqrt{\frac{G \cdot M}{a^3}} \tag{8}$$

де: *n* – середній рух КА;

G – гравітаційна стала;

М – маса Землі;

а – велика піввісь.

Так як загальна динаміка зміни середнього руху КА має тенденцію до постійного збільшення, має сенс розглядати не безпосередньо зазначений параметр, а швидкість його зміни. Тому, більш зручним для аналізу показником є перша похідна або приведений балістичний коефіцієнт, які показують швидкість зміни середнього руху КА. При цьому графік приведеного балістичного коефіцієнта має високий рівень кореляції з першою похідною середнього руху (дорівнює 0,998) не має сенсу проведення розгляду обох параметрів. Додаткове дослідження зміни приведеного балістичного коефіцієнта іншого космічного апарата, який знаходиться на близькій орбіті виявило кореляцію зазначених параметрів з досліджуваним КА (СІЧ 2-30).

Запропоновано в якості порогового значення виявлення маневру КА використовувати величину середньо квадратичного відхилення значення різниці між фактичним значенням приведеного балістичного коефіцієнта (першої похідної середнього руху) КА та апроксимованими значеннями. Апроксимацію значень приведеного балістичного коефіцієнту проводити по 30 точкам (вимірам), так як у випадку такої вибірки значення різниці між фактичним значенням приведеного балістичного коефіцієнта розподілені за нормальним законом. Перевірка на нормальний закон розподілу проводилася за допомогою трьох критеріїв та з побудовою QQ-графіку. За таких умов отримані такі результати:

критерій Шапиро-Уилка: р-значення дорівнює 0,192 – немає причин відхиляти гіпотезу нормальності;

критерій Колмогорова-Смирнова: р-значення дорівнює 0,812 – також не суперечить гіпотезі нормальності;

тест Андерсона-Дарлинга: статистика дорівнює 0,435, яка нижче критичних значень для рівнів значимості 15%, 10%, 5%, 2,5%, 1%. Зазначене свідчить про те, що дані близькі до нормального розподілу, за чіткого критерію значимості α =0,01 (помилка в 1% випадків). QQ-графік також не демонструє значних відхилень.



Рисунок 20 – Q-Q графік розподілу даних

Висновки й перспективи подальших досліджень

За результатами проведених досліджень встановлено:

для виявлення маневрів космічних апаратів за аналізом каталогу космічних об'єктів United States Space Command необхідно розглядати усі TLE параметри космічних апаратів, наведені в каталозі. Так, TLE-параметрами зміни яких є інформативними щодо виявлення маневрів космічних апаратів ближнього космосу, поряд із традиційно використовуваними для аналізу: велика піввісь, ексцентриситет, нахил орбіти, додатково, є: перша похідна середнього руху та приведений балістичний коефіцієнт;

для апроксимації динаміки змін значень TLEпараметрів космічних апаратів ближнього космосу доцільно використовувати алгебраїчні поліноми та брати 30 послідовних відліків з каталогу;

оптимальний степінь поліному для апроксимації за критерієм максимуму коефіцієнту детермінації TLE-параметрів космічних апаратів ближнього космосу не є сталою, знаходиться в діапазоні 2–5, залежно від TLE-параметру та інтервалу розгляду. Для приведеного балістичного коефіцієнту або

ISSN 2311-7249 (Print) ISSN 2410-7336 (Online)

першої похідної середнього руху зазначений степінь дорівнює 3;

доведено, що після апроксимації динаміки змін TLE-параметрів вищенаведеним підходом, результуюча нев'язка, між вихідною вибіркою та алгебраїчним поліномом має нормальний закон розподілу, що дає змогу визначати порогове значення стрибка для виявлення факту маневру за розрахованим значенням середньо-квадратичного відхилення нев'язки;

динаміка змін першої похідної середнього руху та приведеного балістичного коефіцієнту для космічних апаратів ближнього космосу має значну взаємну кореляцію, що за виявлення маневрів космічних апаратів може бути корисним через значну взаємну статистичну залежність цих параметрів.

Список бібліографічних посилань

1. Space-Track. 2024. URL: https://www.space-track.org (Accessed: 10.11.2024). 2. Spacex Starlink satellites had to make 25,000 collision-avoidance manoeuvres in just 6 months – and it will only get worse. 2023. URL: https://www.space.com/starlink-satellite-conjunction-increasethreatens-space-sustainability (Accessed: 10.13.2024). 3. Russian Satellite Manoeuvres, Silence Worry Intelsat. 2015. URL: https://spacenews.com/russian-satellite-maneuverssilence-worry-intelsat/ (Accessed: 10.12.2024). 4. Kosmos 2542: Russia's Inspector Satellite and Its Role in Space Militarisation. 2024. URL: https://smartencyclopedia.org/content/kosmos-2542-russias-

inspector-satellite-and-its-role-in-space-militarization/

(Accessed: 01.11.2024). **5. LeoLabs data shows on-orbit manoeuvres by Russian satellites.** 2023. URL: https://spacenews.com/leolabs-data-shows-on-orbit-maneuversby-russian-satellites/ (Accessed: 12.12.2024). **6. Ashurov A. E.** An effective method for detecting satellite orbital manoeuvres and its application to LEO satellites. *Advances in Aerospace Science and Technology*. 2023. Vol. 9(4). P. 1–10. URL: https://www.techno-

press.org/content/?page=article&journal=aas&volume=9&num= 4&ordernum=1 (Accessed: 22.03.2025). 7. Perovich N., Folcik Z., Jaimes R. Applications of Artificial Intelligence Methods for Satellite Manoeuvre Time Estimation. Proceedings of the Advanced Maui Optical and Space Surveillance Conference (AMOS). 2022. **Technologies** URL: https://amostech.com/TechnicalPapers/2022/Machine-Learningfor-SSA-Applications/Perovich.pdf (Accessed: 22.03.2025). 8. Pastor A., Siminski J., Lemmens S. Satellite manoeuvre detection with optical survey observations. Proceedings of the Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference (AMOS). 2020. URL:

Результати дослідження можуть бути використані у процесі розроблення спеціалізованого програмно-алгоритмічного забезпечення ситуаційного центра Міністерства оборони України (Збройних Сил України) призначеного для аналізу та моніторингу космічної обстановки.

Аналіз зміни значень величини приведеного балістичного коефіцієнту (першої похідної середнього руху) для ближнього космосу космічних апаратів, які знаходяться на близьких орбітах, виявило високий рівень кореляції між змінами їх значень, що підтверджується графічно та потребує подальшого дослідження для розробки який математичного апарата, дасть змогу іоносфери компенсувати вплив на значення балістичного коефіцієнту з метою недопущення помилкового виявлення маневру.

https://www.sciencedirect.com/science/

article/abs/pii/S0094576522004258 (Accessed: 22.03.2025). 9. Shorten D. P., Maclean J., Humphries M., Yang Y., Roughan M. Optimal Proposal Particle Filters for Detecting Anomalies and Manoeuvres from Two Line Element Data. 2023. URL: https://arxiv.org/abs/2312.02460 (Accessed: 22.11.2024). 10. Montilla J. M., Sanchez Ju. C., Vazquez R., Galan-Vioque Jo., Rey Ja. B., Siminski J. Manoeuvre detection in Low Earth Orbit with Radar Data. 2022. URL: https://arxiv.org/abs/2203.03590 (Accessed: 22.11.2024). 11. Pirovano L., Armellin R. Detection and estimation of spacecraft manoeuvres for catalogue maintenance. Advances in Space Research. 2023 Volume 72, Issue 7, Pages 2689-27092022. URL: https://arxiv.org/abs/2210.14350 (Accessed: 22.11.2024). 12. Patera R. P. Space Event Detection Method. Journal of Spacecraft and Rockets. 2001. Vol. 38(1). P. 105-110. URL: https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.30348 (Accessed: 22.03.2025). 13. Kelecy T., Jah K. Satellite Manoeuvre Detection Using Two-line Element (TLE) Data. Acta 2010. Vol. 66(5–6) P. 798–809. Astronautica. URL: https://amostech.com/TechnicalPapers/2007/Modeling Analysis Simulation/Kelecy.pdf (Accessed: 22.03.2025). 14. Mukundan A., Kelecy T. Simplified Approach to Detect Satellite Maneuvers Using TLE Data and Simplified Perturbation Model Utilizing Orbital Element Variation. Journal of Space Operations & Communicator. 2012. Vol. 9(1). P. 53-60. URL: https://www.mdpi.com/2076-3417/11/21/10181 (Accessed: 22.03.2025). 15. Жданюк Б. Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. Москва: Сов. радио, 1978, 384 с. 16. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посіб. Львів : Львівський державний університет внутрішніх справ. 2025, 132 с. URL: https://dspace.lvduvs.edu.ua (дата звернення: 01.03.2025).

A METHODOLOGY FOR APPROXIMATING CHANGES IN SPACECRAFT ORBIT ELEMENTS FROM THE UNITED STATES SPACE COMMAND CATALOGUE OF SPACE OBJECTS

RAKUSHEV Mykhailo, Doctor of Technical Science, Senior researcher, Associate professor of the chair, National Defence University of Ukraine, Kyiv, Ukraine, https://orcid.org/0000-0002-7703-3287 *Bohun Oleksii*, National Defence University of Ukraine, Kyiv, Ukraine, https://orcid.org/0009-0002-1940-0795 **Formulation of the problem in general.** To monitor compliance with the rules and regulations for the use of technical means in outer space, leading countries are constantly improving and developing systems for monitoring and analysing the space situation, one of the central tasks is to ensure a high level of space situational awareness. An essential requirement of space situational awareness is to determine the current location of the spacecraft. These cases emphasise the importance of monitoring and analysing spacecraft manoeuvres to ensure on-orbit safety and prevent potential threats.

The aim of the article. The article aims to determine the parameters for approximating the dynamics of changes in spacecraft orbit elements using data from the United States Space Command catalogue of space objects to identify the fact of a purposeful shift in the spacecraft orbit parameters (manoeuvre).

Analysis of recent research and publications. The methods of detecting spacecraft manoeuvres based on the data from the United States Space Command's open catalogue of spacecraft motion parameters are considered: Space Event Detection Method (Russell P. Patera); Satellite Manoeuvre Detection Using Two-line Element (TLE) Data (Tom Kelecy). Simplified Approach to Detect Satellite Maneuvers Using TLE Data and Simplified Perturbation Model Utilizing Orbital Element Variation (Arvind Mukundan). All of the considered methods have several significant drawbacks, namely: slow and subtle maneuvers (e.g., the use of ion engines) may remain undetected because their impact on the orbital parameters under analysis is too small; there is no mechanism to distinguish natural disturbances (e.g., atmospheric drag, solar wind) from intentional maneuvers, especially if changes in orbital parameters are insignificant; not all informative elements provided in the TLE catalog are used.

Presenting the primary material. The task of the study was to calculate an approximation polynomial for a selected orbit parameter from the USSPACECOM catalogue of space objects:

calculation of the approximating polynomial at a specific time interval;

selection of the optimal degree of the polynomial for approximation;

calculation of the uncertainty between the sample values and the approximating polynomial;

checking the compliance of the obtained correlation with the customary distribution law.

Based on the results of the research, it was found that

To detect spacecraft manoeuvres by analysing the United States Space Command catalogue of space objects, it is necessary to consider all the TLE parameters of spacecraft listed in the catalogue. Thus, the TLE parameters whose changes are informative for detecting the manoeuvres of near spacecraft, along with the traditionally used for analysis: central axis, eccentricity, orbital inclination, are additionally: the first derivative of the mean motion and the reduced ballistic coefficient;

to approximate the dynamics of changes in the values of TLE-parameters of near-space spacecraft, it is advisable to use algebraic polynomials and take 30 consecutive readings from the catalogue;

the optimal degree of the polynomial for approximation by the criterion of the maximum coefficient of determination of the TLE parameters of near-space spacecraft is not constant, it is in the range of 2-5, depending on the TLE parameter and the interval of consideration. For the reduced ballistic coefficient or the first derivative of the mean motion, this power is equal to 3;

it is proved that after approximating the dynamics of changes in TLE parameters by the above approach, the resulting uncertainty between the original sample and the algebraic polynomial has a customary distribution law, which makes it possible to determine the threshold value of the jump to detect the fact of maneuver by the calculated value of the standard deviation of the uncertainty;

the dynamics of changes in the first derivative of the average motion and the reduced ballistic coefficient for near-space vehicles has a significant mutual correlation, which can help detect spacecraft maneuvers due to these parameters' considerable mutual statistical dependence.

Elements of scientific novelty: In contrast to previous methods of detecting spacecraft manoeuvres, the informativeness of such catalogue elements as the reduced ballistic coefficient and the first derivative of the average spacecraft motion was proved, and the statistical characteristics of the elements of the United States Space Command space object catalogue were determined.

Theoretical and practical significance of the article. The results of the study have practical and theoretical importance and are intended to be used in the development of specialised software and algorithmic software for the Situation Centre of the Ministry of Defence of Ukraine (Armed Forces of Ukraine), designed to analyse and monitor the space situation to detect manoeuvres of near-space vehicles.

Conclusion and the perspectives of future research. The analysis of changes in the value of the reduced ballistic coefficient (first derivative of the mean motion) for near space spacecraft in close orbits revealed a high level of correlation between changes in their values, which is confirmed graphically and requires further research to develop a mathematical apparatus that will compensate for the influence of the ionosphere on the value of the ballistic coefficient to prevent false detection of the maneuver.

Keywords: space situational awareness, approximation, spacecraft, orbital space assets, situational centre, space support, monitoring, manoeuvre, specialised software and algorithmic support, operation of joint force groups.

References

(2024). [online], 1. Space-Track Available at: https://www.space-track.org [Accessed: 10 November 2024]. 2. Spacex Starlink satellites had to make 25,000 collisionavoidance manoeuvres in just 6 months - and it will only get (2023). worse [online], Available at https://www.space.com/starlink-satellite-conjunction-increasethreatens-space-sustainability [Accessed: 13 October 2024]. 3. Russian Satellite Manoeuvres, Silence Worry Intelsat [online], (2015). Available at: https://spacenews.com/russiansatellite-maneuvers-silence-worry-intelsat/ [Accessed: 12 October 2024]. 4. Kosmos 2542: Russia's Inspector Satellite and Its Role in Space Militarisation. [online], (2024). Available at: https://smartencyclopedia.org/content/kosmos-2542-russiasinspector-satellite-and-its-role-in-space-militarization/

[Accessed: 11 January 2024]. **5. LeoLabs data shows on-orbit** manoeuvres by Russian satellites. [online], (2023). Available at: https://spacenews.com/leolabs-data-shows-on-orbitmaneuvers-by-russian-satellites/ [Accessed: 12 December 2024]. **6. Ashurov, A. E.,** (2023). An effective method for detecting satellite orbital manoeuvres and its application to LEO satellites. *Advances in Aerospace Science and Technology.* 9(4). 1–10. Available at: https://www.technopress.org/content/?page=article&

journal=aas&volume=9&num=4&ordernum=1 [Accessed: 22 March 2025]. **7. Perovich, N., Folcik, Z., Jaimes, R.,** (2022). Applications of Artificial Intelligence Methods for Satellite Manoeuvre Time Estimation. *Proceedings of the Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference* (*AMOS*) [online]. Available at: https://amostech.com/TechnicalPapers/2022/Machine-Learningfor-SSA-Applications/Perovich.pdf [Accessed: 22 March 2025]. **8. Pastor, A., Siminski, J., Lemmens, S.,** (2020). Satellite manoeuvre detection with optical survey observations. *Proceedings of the Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference (AMOS)*. [online].

Available at: https://www.sciencedirect.com/science/article/ abs/pii/S0094576522004258 [Accessed: 22 March 2025]. 9. Shorten, D. P., Maclean, J., Humphries, M., Yang, Y., Roughan, M., (2023). Optimal Proposal Particle Filters for Detecting Anomalies and Manoeuvres from Two Line Element Data. [online]. Available at: https://arxiv.org/abs/2312.02460 22 November 2024]. 10. Montilla, J. M., [Accessed: Sanchez, J. C., Vazquez, R., Galan-Vioque, J., Benayas, J. R., Siminski, J., (2022). Manoeuvre detection in Low Earth Orbit [online]. with Radar Data. Available at: https://arxiv.org/abs/2203.03590 [Accessed: 22 November 2024]. 11. Pirovano, L., Armellin, R., (2023). Detection and estimation of spacecraft manoeuvres for catalogue maintenance [online]. Advances in Space Research. 72, 7, 2689-2709. Available at: https://arxiv.org/abs/2210.14350 [Accessed: 22 November 2024]. 12. Patera, R. P., (2001). Space Event Detection Method [online]. Journal of Spacecraft and Rockets. 38(1), 105 - 110.Available at: https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.30348 [Accessed: 22 March 2025]. 13. Kelecy, T., Jah, K., (2010). Satellite Manoeuvre Detection Using Two-line Element (TLE) Data [online]. Acta 66(5-6), 798-809. Astronautica. Available at: https://amostech.com/TechnicalPapers/2007/Modeling Analysis _Simulation/Kelecy.pdf [Accessed: 22 March 20251. 14. Mukundan, A., Kelecy, T., (2012). Simplified Approach to Detect Satellite Manoeuvres Using TLE Data and Simplified Perturbation Model Utilising Orbital Element Variation [online]. Journal of Space Operations & Communicator. 9(1), 53-60. Available at: https://www.mdpi.com/2076-3417/11/21/10181 [Accessed: 22 March 2025]. 15. Zhdanyuk, B. F. Fundamentals of Statistical Processing of Trajectory Measurements. Moscow: Sovetskoe Radio, 1978. 384. 16. Theory of Probability and Mathematical Statistics: textbook [online], (2025). Lviv: Lviv State University of Internal Affairs. 132 Available at: https://dspace.lvduvs.edu.ua [Accessed: 01 March 2025].

Рукопис надійшов до редакції	19.03.2025
Рукопис прийнято до друку після рецензування	25.03.2025
Дата публікації	30.04.2025