

Юрій Євгенович Репіло (доктор військових наук, професор)¹

Олег Володимирович Головченко (доктор філософії)¹

Дмитро Анатолійович Купрієнко (доктор військових наук, професор)²

¹Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського, Київ, Україна

²Національна академія Державної прикордонної служби України імені Богдана Хмельницького, Хмельницький, Україна

МОДЕЛЬ ЗАСТОСУВАННЯ РАКЕТНИХ ТА АРТИЛЕРІЙСЬКИХ ПІДРОЗДІЛІВ ПІД ЧАС ВОГНЕВОЇ ПІДТРИМКИ В ОПЕРАЦІЇ (БОЮ) З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕОРІЇ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ ЗІ СКІНЧЕННОЮ МНОЖИНОЮ СТАНІВ

Результати аналізу здобутих уроків застосування військ (сил) у збройних конфліктах XXI ст. показують, що головним чинником досягнення мети операції (бою) в сучасних збройних конфліктах та на перспективу до 2030 року є перманентна вогнева підтримка військових формувань, на які буде покладено виконання ряду оперативних (тактичних) завдань.

За результатами попередніх досліджень відомо, що на цей час у теорії та практиці управління ракетними та артилерійськими підрозділами як основними військовими формуваннями, здатними забезпечити безперервну вогневу підтримку в сучасних умовах ведення операції (бою) та на перспективу до 2030 року виникла суперечність між вимогою перманентної вогневої підтримки загальновійськових формувань в операції (бою) та необхідністю постійного маневрування для забезпечення потрібного рівня можливої її живучості за чинником часу. Отже, з одного боку, існує потреба у максимізації часу перебування ракетних та артилерійських підрозділів на стартових (вогневих) позиціях залежно від обсягу вогневих завдань для перманентної вогневої підтримки, а з іншого – мінімізації тривалості їх перебування на стартових (вогневих) позиціях для забезпечення живучості.

Метою статті є формулювання моделі застосування складної системи вогневої підтримки в нестационарному режимі, реалізація якої даватиме можливість обчислювати показники функціонування ракетних та артилерійських підрозділів під час виконання завдань вогневої підтримки для подальшого обґрунтування рекомендацій щодо забезпечення їх живучості в операції (бою).

У статті описано модель застосування ракетних та артилерійських підрозділів під час вогневої підтримки в операції (бою). Модель, на відміну від існуючих, описує імовірнісні характеристики застосування ракетних та артилерійських підрозділів під час вогневої підтримки в операції (бою) з використанням теорії випадкових процесів зі скінченною множиною станів під час нестационарного пуассонівського потоку. Пропоновану модель може бути використано для пошуку причинно-наслідкових зв'язків між складовими подібних процесів та обґрунтування рекомендацій щодо забезпечення живучості ракетних та артилерійських підрозділів під час вогневої підтримки в ході ведення операції (бою).

Ключові слова: управління, складні системи, операція, бій, вогнева підтримка, ракетні та артилерійські підрозділи, живучість, модель, марковські випадкові процеси, система диференціальних рівнянь Чепмена – Колмогорова.

Вступ

Результати аналізу здобутих уроків застосування військ (сил) у ході ведення збройної боротьби впродовж останніх років у XXI ст. показують, що збройні конфлікти високої інтенсивності характерні для сьогодення [1–4]. Розвиток військових технологій протиборчих сторін для досягнення мети ведення збройної боротьби, підвищення чутливості суспільства до її наслідків, зростання розуміння цінності людського життя, зміна концепції ведення збройних конфліктів та перехід від класичних форм ведення воєнних дій до багатодомених операцій

спонукають до перегляду парадигми управління складними системами, метою застосування яких є вогнева підтримка (далі – ВгП) в операції (бою).

Постановка проблеми. Результати проведених попередніх досліджень показують, що на цей час у теорії та практиці управління ракетними та артилерійськими військовими формуваннями в аспекті їх застосування в сучасних умовах та на перспективу до 2030 року виникла суперечність між вимогою перманентної ВгП військових формувань в операції (бою) та необхідністю постійного маневрування для забезпечення потрібного рівня можливої їх живучості за

чинником часу. Отже, з одного боку існує потреба у максимізації часу перебування ракетних та артилерійських підрозділів (далі – РАП) на стартових (вогневих) позиціях (далі – СВП) залежно від обсягу вогневих завдань для перманентної ВгП, а з іншого – мінімізації тривалості її перебування на СВП для забезпечення живучості [5–8].

Одним із ключових методів вирішення суперечностей, що потребують досліджень у теорії управління в цілому та військового управління зокрема, є математичне моделювання [9–12]. Математичне моделювання, підпорядковане вирішенню одного з головних завдань управління – прогнозуванню розвитку застосування складних систем, у тому числі військового призначення, дає змогу значно скоротити час для оцінювання їх застосування. Таким чином, розроблення моделі застосування складних систем, зокрема РАП, під час ВгП на цей час є важливим науковим і практичним завданням, спрямованим на отримання кількісних показників результативності та можливої живучості складної системи у разі її застосування в операції (бою).

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У теоретичних дослідженнях, в яких описано моделі застосування складних систем з метою обґрунтування доцільних рекомендацій для управління ними в операції (бою), зокрема РАП, науковці армій країн – членів Організації Північноатлантичного договору [13, 14] та вітчизняні вчені [15, 16] пропонують вирішити виниклу суперечність за допомогою аналітико-стохастичних моделей, описаних марковськими випадковими процесами з дискретною множиною станів і неперервним часом.

З аналізу останніх досліджень в теорії управління складними системами під час їх застосування в операції (бою) [17, 18] відомо про певні досягнення в аналітико-стохастичному описі моделей застосування складних систем, заданих марковськими випадковими процесами зі скінченною множиною станів, а також системою диференціальних рівнянь Чепмена – Колмогорова. Однак у запропонованих моделях не враховано повний опис і функціонування складної системи під час ВгП у сучасних умовах та на перспективу до 2030 року. При цьому зазначимо, що основну увагу авторів спрямовано на дослідження можливої живучості складних систем, коли потік подій відбувався в стаціонарному режимі їх застосування в операції (бою).

Стаціонарність потоку означає його однорідність у часі: ймовірнісні характеристики такого потоку не змінюються в часі, зокрема так звана інтенсивність (або щільність) потоку подій – середня кількість подій за одиницю часу – для стаціонарного потоку має залишатися незмінною. Це, зрозуміло, не означає, що фактична кількість подій, що відбуваються за одиницю часу, постійна, оскільки потік може мати локальні згущення і розрідження. Важливо, що для стаціонарного потоку ці згущення і розрідження не є

закономірними, а середня кількість подій, що потрапляють на одиничну ділянку часу, залишається постійною для всього розглянутого часового інтервалу [19].

Водночас аналіз здобутих уроків застосування складних систем, на які будуть покладені завдання перманентної ВгП в операції (бою), показує, що такий підхід до дослідження можливої живучості РАП більшою мірою притаманний для умов завоювання й утримання абсолютної вогневої переваги. Таким чином, у теорії військового управління виникає актуальне наукове завдання: створення аналітико-стохастичного опису моделі застосування РАП під час ВгП в операції (бою) з використанням теорії випадкових процесів зі скінченною множиною станів під час нестаціонарного пуассонівського потоку для оцінювання ймовірнісних характеристик їх можливої живучості.

Мета статті – формулювання моделі застосування складної системи ВгП у нестаціонарному режимі, реалізація якої дасть можливість обчислювати показники функціонування РАП під час виконання ними завдань ВгП для подальшого обґрунтування рекомендацій щодо забезпечення їх живучості в операції (бою).

Виклад основного матеріалу дослідження

Процес управління РАП в ході ВгП в операції (бою) під час нестаціонарного пуассонівського потоку полягає в послідовній зміні їх функціональних станів під впливом чинників, притаманних середовищу застосування об'єкта дослідження, а особливо чинника часу. Моделюваний випадковий процес, як і в стаціонарному режимі, може мати кінцеву кількість можливих станів $S_1, S_2, \dots, S_1, \dots, S_n$, зміна яких відбувається у часі випадковим чином. Зазначимо, що у разі виявлення військового формування у процесі виконання завдань ВгП та здійснення контрвогню противником найімовірніше, що РАП намагатиметься виконати маневр, щоб забезпечити свою живучість. Водночас, перш ніж розпочати маневр на запасну СВП (ЗСВП), РАП має провести процедуру залишення СВП.

Внаслідок зазначених умов застосування РАП під час ВгП в операції (бою) за формою є складною системою, яку можна трактувати як марковський процес з неперервним часом та дискретними станами. Для більш наочного подання залежностей між елементами побудуємо граф, який у теорії мережевого планування прийнято вважати множиною точок (або інших геометричних фігур, об'єктів) і сполучних засобів (дуг, стрілок). Кожен описаний стан складної системи пропонується відобразити у вигляді певного вузла на графі станів РАП з відповідними позначеннями. Лініями, що з'єднують вузли, позначимо можливі переходи одного стану складної системи в інший, які відбуваються з певними інтенсивностями.

Процес застосування РАП під час ВгП в

операції (бою) пропонується навести у вигляді графа (рис. 1), який відповідає дискретному марковському процесу, або марковського ланцюга – дискретного процесу з неперервним часом зі скінченною кількістю станів (у літературі вживають також термін “пуассонівські системи”) [20–26], якому властива ергодичність (математичне сподівання за часовими рядами збігається з математичним сподіванням за просторовими рядами).

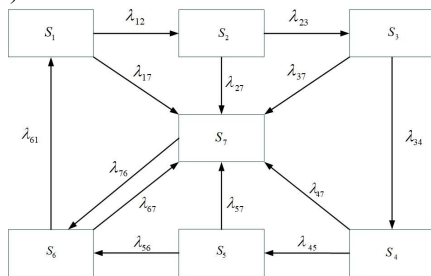


Рис. 1. Граф процесу застосування РАП під час ВгП в операції (бою) при нестационарному пуассонівському потоці подій

- де S_1 – “перебування РАП в районі очікування (зарядження)”;
- S_2 – “маневр РАП на ЗСВП”;
- S_3 – “зайняття РАП ЗСВП”;
- S_4 – “виконання РАП завдань вогневої підтримки”;
- S_5 – “згортання РАП на ЗСВП”;
- S_6 – “маневр РАП в район очікування (зарядження)”;
- S_7 – “перебування РАП під вогневим впливом противника”.

Як видно з наведеного рисунка, переходи між станами графу відбуватимуться із відповідними інтенсивностями λ_{ij} , що описують властивості застосування складної системи. Інтенсивності переходів з одного стану в інший визначають за співвідношенням

$$\lambda_{ij} = 1/t_{ij}, \quad (1)$$

де t_{ij} – час перебування РАП для визначення інтенсивностей переходів з одного стану в інший, заданий часовими характеристиками, хв.

Для визначення інтенсивностей переходів з одного стану в інший пропонується задати такі часові характеристики:

де t_{12} – час перебування РАП у районі очікування (зарядження), що визначається планованою тривалістю їх перебування у визначеному районі з метою забезпечення безперервної вогневої підтримки (часом, необхідним для зарядження реактивних систем залпового вогню, завантаження боеукладки самохідних артилерійських гармат (мінометів), машин підвезення боеприпасів, хв;

де t_{23} – час потрібний РАП на здійснення маневру з району очікування (зарядження) на плановану ЗСВП, хв;

де t_{34} – час розгортання РАП на ЗСВП, хв;

де t_{45} – час виконання вогневого завдання РАП під час вогневої підтримки, хв;

де t_{56} – час потрібний на згортання РАП на ЗСВП, хв;

де t_{61} – час потрібний РАП на здійснення маневру з району ЗСВП у район очікування (зарядження), хв.

$t_{17}, t_{27}, t_{37}, t_{47}, t_{57}, t_{67}$ – значення середнього часу, необхідного протиборчій стороні на виявлення РАП та завдання по ньому контрвогню під час ВгП в операції (бою), тобто перебування його у станах $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$ відповідно (зазначені часові характеристики мають адитивні властивості часових параметрів, необхідних для виявлення РАП, постановки бойових завдань на ведення контрвогню протиборчою стороною, підготовки даних для стрільби, доведення даних до вогневих засобів, наведення на ціль та часу польоту ракет (снарядів) на визначену дальність пуску (стрільби), хв;

t_{54} – середній час виходу з-під вогневого впливу РАП, хв.

Отже, перехід системи у стан S_7 можливий з будь-якого стану, а перехід зі стану S_7 – тільки у стан S_6 . Запропонований граф дає можливість формалізувати процес застосування РАП під час ВгП в операції (бою) та визначити ймовірність перебування їх у конкретних станах залежно від випадкових чинників у разі нестационарного режиму їх застосування.

Опишемо граф станів, зображений на рис. 1, за допомогою диференціальних рівнянь Чепмена – Колмогорова, для складання яких у класичних монографіях з теорії масового обслуговування розроблено кілька мнемонічних правил:

похідна $\frac{dP_i(t)}{dt}$ дорівнює алгебраїчній сумі

членів, кількість яких дорівнює кількості стрілок на графі станів системи, які виходять зі стану S_i і входять у нього (з'єднують стан S_i з іншими станами);

якщо стрілка спрямована у стан S_i , то член беруть зі знаком плюс, якщо стрілка виходить зі стану S_i – зі знаком мінус;

кожний член суми дорівнює добутку ймовірності того стану, від якого спрямована стрілка, на інтенсивність потоку подій, який переводить систему по цій стрілці;

кількість від'ємних членів дорівнює кількості стрілок, спрямованих зі стану S_i ;

кількість додатних членів дорівнює кількості стрілок, спрямованих у стан S_i . Беручи до уваги вказані рекомендації, маємо систему диференціальних рівнянь Чепмена – Колмогорова такого вигляду:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_1(t)}{dt} = -\lambda_{12}P_1(t) - \lambda_{17}P_1(t) + \lambda_{61}P_6(t); \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda_{12}P_1(t) - \lambda_{23}P_2(t) - \lambda_{27}P_2(t); \\ \frac{dP_3(t)}{dt} = \lambda_{23}P_2(t) - \lambda_{34}P_3(t) - \lambda_{37}P_3(t); \\ \frac{dP_4(t)}{dt} = \lambda_{34}P_3(t) - \lambda_{45}P_4(t) - \lambda_{47}P_4(t); \\ \frac{dP_5(t)}{dt} = \lambda_{45}P_4(t) - \lambda_{56}P_5(t) - \lambda_{57}P_5(t); \\ \frac{dP_6(t)}{dt} = \lambda_{56}P_5(t) - \lambda_{61}P_6(t) - \lambda_{67}P_6(t) + \lambda_{76}P_7(t); \\ \frac{dP_7(t)}{dt} = \lambda_{17}P_1(t) + \lambda_{27}P_2(t) + \lambda_{37}P_3(t) + \lambda_{47}P_4(t) + \lambda_{57}P_5(t) + \lambda_{67}P_6(t) - \lambda_{76}P_7(t). \end{array} \right. \quad (2)$$

Кожний член з i -го стану сукупності $S = \{S_i, i = 1, 2, \dots, 7\}$ характеризується відповідною імовірністю $P_i(t)$ перебування в ньому РАП у довільний момент часу t . Для опису процесу застосування РАП під час ВгП в операції (бою) потрібно розв'язати систему звичайних диференціальних рівнянь сьомого порядку з такими початковими умовами:

$$P_1(0) = 1; P_i(0) = 0, i = \overline{2,7}. \quad (3)$$

Початкові умови, записані у виразах (2) і (3) для інтегрування такої системи, відображають стан системи в початковий момент і забезпечують виконання ергодичності процесу.

Згідно із загальноприйнятою методикою кількість рівнянь системи (2) може бути зменшена на одиницю завдяки урахуванню умови достовірності настання сукупної події S : для довільного моменту часу t має місце залежність (нормувальна умова)

$$P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) + P_4(t) + P_5(t) + P_6(t) + P_7(t) = \sum_{j=1}^7 P_j(t) = 1. \quad (4)$$

Перепишемо систему (2) у такому вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_1(t)}{dt} = \Lambda_{11}P_1(t) + \Lambda_{16}P_6(t); \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = \Lambda_{21}P_1(t) + \Lambda_{22}P_2(t); \\ \frac{dP_3(t)}{dt} = \Lambda_{32}P_2(t) + \Lambda_{33}P_3(t); \\ \frac{dP_4(t)}{dt} = \Lambda_{43}P_3(t) + \Lambda_{44}P_4(t); \\ \frac{dP_5(t)}{dt} = \Lambda_{54}P_4(t) + \Lambda_{55}P_5(t); \\ \frac{dP_6(t)}{dt} = \Lambda_{65}P_5(t) + \Lambda_{66}P_6(t) + \Lambda_{67}P_7(t); \\ \frac{dP_7(t)}{dt} = \Lambda_{71}P_1(t) + \Lambda_{72}P_2(t) + \Lambda_{73}P_3(t) + \Lambda_{74}P_4(t) + \Lambda_{75}P_5(t) + \Lambda_{76}P_6(t) + \Lambda_{77}P_7(t). \end{array} \right. \quad (5)$$

У системі рівнянь (5) введено позначення:

$$\begin{aligned} \Lambda_{11} &= -(\lambda_{12} + \lambda_{17}), \Lambda_{16} = \lambda_{61}, \Lambda_{12} = \Lambda_{13} = \Lambda_{14} = \Lambda_{15} = \Lambda_{17} = 0; \\ \Lambda_{21} &= \lambda_{12}, \Lambda_{22} = -(\lambda_{23} + \lambda_{27}), \Lambda_{23} = \Lambda_{24} = \Lambda_{25} = \Lambda_{26} = \Lambda_{27} = 0; \\ \Lambda_{32} &= \lambda_{23}, \Lambda_{33} = -(\lambda_{34} + \lambda_{37}), \Lambda_{31} = \Lambda_{34} = \Lambda_{35} = \Lambda_{36} = \Lambda_{37} = 0; \\ \Lambda_{43} &= \lambda_{34}, \Lambda_{44} = -(\lambda_{45} + \lambda_{47}), \Lambda_{41} = \Lambda_{42} = \Lambda_{45} = \Lambda_{46} = \Lambda_{47} = 0; \\ \Lambda_{54} &= \lambda_{45}, \Lambda_{55} = -(\lambda_{56} + \lambda_{57}), \Lambda_{51} = \Lambda_{52} = \Lambda_{53} = \Lambda_{56} = \Lambda_{57} = 0; \\ \Lambda_{65} &= \lambda_{56}, \Lambda_{66} = -(\lambda_{61} + \lambda_{67}), \Lambda_{67} = \lambda_{76}, \Lambda_{61} = \Lambda_{62} = \Lambda_{63} = \Lambda_{64} = 0; \\ \Lambda_{71} &= \lambda_{17}, \Lambda_{72} = \lambda_{27}, \Lambda_{73} = \lambda_{37}, \Lambda_{74} = \lambda_{47}, \Lambda_{75} = \lambda_{57}, \Lambda_{76} = \lambda_{67}, \Lambda_{77} = -\lambda_{76}. \end{aligned} \quad (6)$$

З урахуванням вигляду системи (5) та введених позначень (6) напишемо вихідну систему диференціальних рівнянь (2) у матричному вигляді. Сукупність аргументу t і функцій від них P_1, P_2, \dots, P_7 , а також коефіцієнти при невідомих у

системі (5) можна розглядати як вектор-функцію (вектор-стовбець) $P(t)$ і матрицю Λ інтенсивностей переходів марковського ланцюга виду:

$$P(t) = \begin{pmatrix} P_1(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ P_7(t) \end{pmatrix}, \Lambda = \begin{pmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} & \Lambda_{13} & \Lambda_{14} & \Lambda_{15} & \Lambda_{16} & \Lambda_{17} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} & \Lambda_{23} & \Lambda_{24} & \Lambda_{25} & \Lambda_{26} & \Lambda_{27} \\ \Lambda_{31} & \Lambda_{32} & \Lambda_{33} & \Lambda_{34} & \Lambda_{35} & \Lambda_{36} & \Lambda_{37} \\ \Lambda_{41} & \Lambda_{42} & \Lambda_{43} & \Lambda_{44} & \Lambda_{45} & \Lambda_{46} & \Lambda_{47} \\ \Lambda_{51} & \Lambda_{52} & \Lambda_{53} & \Lambda_{54} & \Lambda_{55} & \Lambda_{56} & \Lambda_{57} \\ \Lambda_{61} & \Lambda_{62} & \Lambda_{63} & \Lambda_{64} & \Lambda_{65} & \Lambda_{66} & \Lambda_{67} \\ \Lambda_{71} & \Lambda_{72} & \Lambda_{73} & \Lambda_{74} & \Lambda_{75} & \Lambda_{76} & \Lambda_{77} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

При цьому візьмемо до уваги той факт, що сформована матриця інтенсивностей має задовольняти властивості, одна з яких полягає в тому [24–27], що сума елементів кожного з рядків матриці дорівнює нулю, внаслідок чого маємо умови

$$\sum_{j=1}^7 \Lambda_{ij} = 0, i = \overline{1,7},$$

звідки, зважаючи на позначення (6), матимемо:

$$\begin{cases} \lambda_{61} = \lambda_{12} + \lambda_{17}; \\ \lambda_{12} = \lambda_{23} + \lambda_{27}; \\ \lambda_{23} = \lambda_{34} + \lambda_{37}; \\ \lambda_{34} = \lambda_{45} + \lambda_{47}; \\ \lambda_{45} = \lambda_{56} + \lambda_{57}; \\ \lambda_{56} + \lambda_{67} = \lambda_{61} + \lambda_{67}; \\ \lambda_{17} + \lambda_{27} + \lambda_{37} + \lambda_{47} + \lambda_{57} + \lambda_{67} = \lambda_{76}. \end{cases} \quad (8)$$

Тоді систему (2) можна навести компактно у матричному вигляді

$$\frac{d}{dt} P(t) = \Lambda P(t) \quad (9)$$

з початковою умовою: $P(0) = E$, $E = (1,0,0,0,0,0,0)^T$ – вектор-стовбець.

Одним з ефективних методів інтегрування систем звичайних лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами є перетворення Лапласа [26]. У перетворенні Лапласа зображенням функції-оригіналу $f(t)$ називають функцію $F(s)$ комплексної змінної $s = \sigma + i\omega$, яка визначається

інтегралом Лапласа:
$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt.$$

Співвідношення між зображенням та оригіналом позначають знаком \div і записують $F(s) \div f(t)$ або $f(t) \div F(s)$. Зображення похідної від функції-

оригіналу визначають за формулою $f'(t) \div sF(s) - F(0)$.

Отже, якщо ввести зображення за Лапласом шуканих функцій $P_j(t)$ згідно зі співвідношенням

$$\bar{P}_j(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} P_j(t) dt, j = \overline{1,7}.$$

і використати початкові умови (3), відповідно до яких матимемо

$$\frac{d}{dt} P_1(t) \div s\bar{P}_1(s) - 1, \frac{d}{dt} P_k(t) \div s\bar{P}_k(s), k = \overline{2,7},$$

отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь у просторі зображень для визначення трансформанту $\bar{P}_j(s)$ шуканих функцій $P_j(t)$:

$$\begin{cases} (s - \Lambda_{11})\bar{P}_1(s) - \Lambda_{16}\bar{P}_6(s) = 1; \\ \Lambda_{21}\bar{P}_1(s) - (s - \Lambda_{22})\bar{P}_2(s) = 0; \\ \Lambda_{32}\bar{P}_2(s) - (s - \Lambda_{33})\bar{P}_3(s) = 0; \\ \Lambda_{43}\bar{P}_3(s) - (s - \Lambda_{44})\bar{P}_4(s) = 0; \\ \Lambda_{54}\bar{P}_4(s) - (s - \Lambda_{55})\bar{P}_5(s) = 0; \\ \Lambda_{65}\bar{P}_5(s) - (s - \Lambda_{66})\bar{P}_6(s) + \Lambda_{67}\bar{P}_7(s) = 0; \\ \Lambda_{71}\bar{P}_1(s) + \Lambda_{72}\bar{P}_2(s) + \Lambda_{73}\bar{P}_3(s) + \Lambda_{74}\bar{P}_4(s) + \\ + \Lambda_{75}\bar{P}_5(s) + \Lambda_{76}\bar{P}_6(s) - (s - \Lambda_{77})\bar{P}_7(s) = 0, \end{cases} \quad (10)$$

до якої слід долучити трансформовану умову нормування (4):

$$\sum_{j=1}^7 \bar{P}_j(s) = \frac{1}{s}. \quad (11)$$

Систему лінійних алгебраїчних рівнянь (10) подамо у матричному вигляді:

$$\bar{\Lambda}(s)P(s) = B. \quad (12)$$

У матричному записі системи диференціальних рівнянь (10) у просторі зображень введено такі позначення:

$$\bar{P}(s) = \begin{pmatrix} \bar{P}_1(s) \\ \bar{P}_2(s) \\ \bar{P}_3(s) \\ \bar{P}_4(s) \\ \bar{P}_5(s) \\ \bar{P}_6(s) \\ \bar{P}_7(s) \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1/s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\bar{\Lambda}(s) = \begin{pmatrix} s - \Lambda_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Lambda_{16} & 0 \\ \Lambda_{21} & -(s - \Lambda_{22}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_{32} & -(s - \Lambda_{33}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_{43} & -(s - \Lambda_{44}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda_{54} & -(s - \Lambda_{55}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda_{65} & -(s - \Lambda_{66}) & \Lambda_{67} \\ \Lambda_{71} & \Lambda_{72} & \Lambda_{73} & \Lambda_{74} & \Lambda_{75} & \Lambda_{76} & -(s - \Lambda_{77}) \end{pmatrix}.$$

Виконавши відповідні алгебраїчні перетворення для обчислення визначників матриць системи (12), матимемо шукані трансформанти ймовірностей $\bar{P}_j(s)$ ($j = \overline{1,7}$), які наведено у вигляді поліномів від параметра перетворення Лапласа s :

$$\bar{P}_j(s) = \frac{\Phi_j^{(7)}(s)}{\Psi_0^{(7)}(s)} \quad (j = \overline{1,7}). \quad (13)$$

У залежності (13) вирази $\Psi_0(s)$, $\Phi_j(s)$ є деякими алгебраїчними многочленами від змінної s . Після виконання необхідних алгебраїчних перетворень дістанемо такі вирази:

$$\begin{aligned} \Psi_0^{(7)}(s) &= \prod_{k=1}^7 (s - \Lambda_{kk}) - b_0 \prod_{k=1}^5 (s - \Lambda_{kk}) - \lambda_{17} b_0 \prod_{k=2}^5 (s - \Lambda_{kk}) - \\ &- b_1 \prod_{k=3}^5 (s - \Lambda_{kk}) - b_2 (s - \Lambda_{44})(s - \Lambda_{55}) - b_3 (s - \Lambda_{55}) - b_4 (s - \Lambda_{77}) - b_5; \\ \Phi_1^{(7)}(s) &= \varphi_0(s) \prod_{k=2}^5 (s - \Lambda_{kk}); \quad \Phi_2^{(7)}(s) = -\lambda_{12} \varphi_0(s) \prod_{k=3}^5 (s - \Lambda_{kk}); \quad \varphi_0(s) = (s - \Lambda_{66})(s - \Lambda_{77}) - b_0; \\ \Phi_3^{(7)}(s) &= \lambda_{12} \lambda_{23} \left[\prod_{k=4}^7 (s - \Lambda_{kk}) - b_0 (s - \Lambda_{44})(s - \Lambda_{55}) \right]; \quad \Phi_4^{(7)}(s) = b_{02} \left[\prod_{k=5}^7 (s - \Lambda_{kk}) - b_0 (s - \Lambda_{55}) \right]; \\ \Phi_5^{(7)}(s) &= b_{02} [(s - \Lambda_{66})(s - \Lambda_{77}) - b_0]; \\ \Phi_6^{(7)}(s) &= \lambda_{17} \lambda_{76} \prod_{k=2}^5 (s - \Lambda_{kk}) + \lambda_{12} \lambda_{27} \lambda_{76} \prod_{k=3}^5 (s - \Lambda_{kk}) + b_6 (s - \Lambda_{44})(s - \Lambda_{55}) + \\ &+ b_6 (s - \Lambda_{44})(s - \Lambda_{55}) + b_7 (s - \Lambda_{55}) + b_8 (s - \Lambda_{77}) + b_9; \\ \Phi_7^{(7)}(s) &= \lambda_{17} \prod_{k=2}^6 (s - \Lambda_{kk}) + \lambda_{12} \lambda_{27} \prod_{k=3}^6 (s - \Lambda_{kk}) + b_6 \prod_{k=4}^6 (s - \Lambda_{kk}) + b_{10} (s - \Lambda_{55})(s - \Lambda_{66}) + b_{11} (s - \Lambda_{66}) + b_{12}; \\ b_0 &= \lambda_{67} \lambda_{76}; \quad b_{01} = \lambda_{12} \lambda_{61} \lambda_{23}; \quad b_{02} = \lambda_{12} \lambda_{23} \lambda_{34}; \quad b_{03} = \lambda_{45} b_{02}; \quad b_1 = \lambda_{12} \lambda_{61} \lambda_{27} \lambda_{76}; \quad b_2 = b_{01} \lambda_{37} \lambda_{76}; \\ b_3 &= \lambda_{34} \lambda_{47} \lambda_{76} b_{01}; \quad b_4 = \lambda_{34} \lambda_{45} \lambda_{56} b_{01}; \quad b_5 = \lambda_{61} \lambda_{57} \lambda_{76} b_{03}; \quad b_6 = \lambda_{12} \lambda_{23} \lambda_{37}; \quad b_7 = \lambda_{47} \lambda_{76} b_{02}; \\ b_8 &= \lambda_{56} b_{03}; \quad b_9 = \lambda_{57} \lambda_{76} b_{03}; \quad b_{10} = \lambda_{42} b_{02}; \quad b_{11} = \lambda_{57} b_{03}; \quad b_{12} = \lambda_{56} \lambda_{67} b_{03}. \end{aligned}$$

Неважко побачити, що наведені тут вирази $\frac{\Phi_j^{(7)}(s)}{\Psi_0^{(7)}(s)}$ – це раціональні правильні нескоротні дроби, причому знаменник $\Psi_0^{(7)}(s)$ є поліномом 7-го степеня відносно змінної s , а степінь поліномів у чисельнику не перевищує числа 6. У такому випадку перехід до оригіналів здійснюють за допомогою теореми розкладання Ващенко-Захарченка [26, 28], при цьому можливі різні випадки коренів знаменника дроби: дійсні і різні; дійсні з деякими кратними, деякими – комплексними числами.

Оскільки корені характеристичного рівняння $\Psi_0^{(7)}(s) = 0$ повністю залежать від значень густин λ_{ij} потоку подій, а їх також виражено через значення тривалості перебування складної системи у процесі застосування у визначених умовах, які набудуть різних, але фіксованих значень, то, зважаючи на особливості досліджуваного процесу застосування РАП під час СВП в операції (бою), можна вважати, що випадок кратних коренів є

евентуальним (малоймовірним); комплексні корені не можуть вважатися придатними, адже в такому разі кінцеві вирази ймовірностей міститимуть тригонометричні функції синуса або косинуса, а це не може бути прийнятним з точки зору адекватності опису процесу, бо порушуватиметься стійкість потоку подій. Проблема стійкості для цього класу задач є актуальною, оскільки передбачено знайти фінальні ймовірності для стохастичних систем, описуваних за допомогою диференціальних рівнянь Чепмена – Колмогорова.

З огляду на це можливим і прийнятним є випадок лише простих дійсних коренів (причому усіх від'ємних). Згідно з основною теоремою алгебри [29, 30] їх має бути рівно 7, тобто $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_7$, тоді перейти до оригіналів можна з допомогою таких співвідношень:

$$\bar{P}_j(s) = \frac{\Phi_j^{(7)}(s)}{\Psi_0^{(7)}(s)} = \sum_{k=1}^7 A_k^{(j)} e^{\alpha_k t} \quad (j = \overline{1,7}),$$

тобто

$$P_j(t) = \sum_{k=1}^7 A_k^{(j)} e^{\alpha_k t} \quad (j = \overline{1,7}). \quad (14)$$

У співвідношеннях (14) позначено:
 $A_k^{(j)} = \frac{\Phi_j^{(7)}(\alpha_k)}{\Psi_0^{(7)}(\alpha_k)}$; $\Psi_0^{(7)}(s) = \frac{d\Psi_0^{(7)}(s)}{ds}$. Крім цього,

знаменнику співвідношень (13), для чого розкриваємо дужки і зведемо подібні члени. Беручи до уваги співвідношення між густинами інтенсивностей переходів в умовах (8), отримаємо поліном 7-ї степені вільний член якого рівний нулю, тобто

$$\Psi_0^{(7)}(s) = sQ_6^{(7)}(s). \quad (15)$$

слід виконати перетворення виразу $\Psi_0^{(7)}(s)$ у

$$Q_6^{(7)}(s) = s^6 + B_5^{(7)}s^5 + B_4^{(7)}s^4 + B_3^{(7)}s^3 + B_2^{(7)}s^2 + B_1^{(7)}s + B_0^{(7)}; \quad (16)$$

Коефіцієнти многочлена (16) $B_j^{(7)} (j = 0,1,\dots,5)$ виражені через значення інтенсивностей переходів λ_{ij} , матимуть такий вигляд:

встановлені алгебраїчними перетвореннями і

$$B_5^{(7)} = \gamma_{01} + \gamma_{02}; \quad B_4^{(7)} = \gamma_0 + \gamma_{01}\gamma_{02} + \gamma_1; \quad B_3^{(7)} = \gamma_{01}\gamma_1 + \gamma_0(\lambda_{12} + \gamma_{02} - \lambda_{61}) + \gamma_2;$$

$$B_2^{(7)} = \gamma_{01}\gamma_{02} + \gamma_0(3\lambda_{12}\lambda_{23} + 2\lambda_{12}\lambda_{34} + \lambda_{12}\lambda_{45} + \lambda_{23}\lambda_{34} + \lambda_{23}\lambda_{45} + \lambda_{34}\lambda_{45}) + \gamma_3;$$

$$B_1^{(7)} = \lambda_{12}\lambda_{23}\lambda_{34}\lambda_{45}\lambda_{61} + \gamma_{01}\gamma_3 + \gamma_0(4\lambda_{12}\lambda_{23}\lambda_{34} + 3\lambda_{12}\lambda_{23}\lambda_{45} + 2\lambda_{12}\lambda_{34}\lambda_{45} + \lambda_{23}\lambda_{34}\lambda_{45});$$

$$B_0^{(7)} = 7\lambda_{12}\lambda_{23}\lambda_{34}\lambda_{45}\lambda_{61}\lambda_{76};$$

$$\gamma_0 = \lambda_{61}\lambda_{67}; \quad \gamma_{01} = \lambda_{61} + \lambda_{67} + \lambda_{76}; \quad \gamma_{02} = \lambda_{12} + \lambda_{23} + \lambda_{34} + \lambda_{45} + \lambda_{61};$$

$$\gamma_1 = \lambda_{12}\lambda_{23} + \lambda_{12}\lambda_{34} + \lambda_{12}\lambda_{45} + \lambda_{23}\lambda_{34} + \lambda_{23}\lambda_{45} + \lambda_{34}\lambda_{45} + \lambda_{12}\lambda_{61} + \lambda_{23}\lambda_{61} + \lambda_{34}\lambda_{61} + \lambda_{45}\lambda_{61};$$

$$\gamma_2 = \lambda_{12}\lambda_{23}\lambda_{34} + \lambda_{12}\lambda_{23}\lambda_{45} + \lambda_{12}\lambda_{34}\lambda_{45} + \lambda_{23}\lambda_{34}\lambda_{45} + \lambda_{12}\lambda_{23}\lambda_{61} + \lambda_{12}\lambda_{34}\lambda_{61} + \lambda_{23}\lambda_{34}\lambda_{61} + \lambda_{12}\lambda_{45}\lambda_{61} + \lambda_{23}\lambda_{45}\lambda_{61} + \lambda_{34}\lambda_{45}\lambda_{61};$$

$$\gamma_3 = \lambda_{12}\lambda_{23}\lambda_{34}\lambda_{45} + \lambda_{12}\lambda_{23}\lambda_{34}\lambda_{61} + \lambda_{12}\lambda_{23}\lambda_{45}\lambda_{61} + \lambda_{12}\lambda_{34}\lambda_{45}\lambda_{61} + \lambda_{23}\lambda_{34}\lambda_{45}\lambda_{61}.$$

Зважаючи на вираз (15), отримаємо:

$$\Psi_0^{(7)}(s) = \frac{d\Psi_0^{(7)}(s)}{ds} = Q_6^{(7)}(s) + s \frac{dQ_6^{(7)}(s)}{ds}; \quad (17)$$

$$\frac{dQ_6^{(7)}(s)}{ds} = 6s^5 + 5B_5^{(7)}s^4 + 4B_4^{(7)}s^3 + 3B_3^{(7)}s^2 + 2B_2^{(7)}s + B_1^{(7)}. \quad (18)$$

Тоді вираз (14) набуде такого вигляду:

$$P_j(t) = A_0^{(j)} + \sum_{k=1}^6 A_k^{(j)} e^{\alpha_k t} \quad (j = \overline{1,7}). \quad (19)$$

де $A_0^{(j)}$ – відповідає нульовому кореню $s = 0$; α_k – корені полінома $Q_6^{(7)}(s)$, тобто алгебраїчного рівняння шостого порядку $s^6 + B_5^{(7)}s^5 + B_4^{(7)}s^4 + B_3^{(7)}s^3 + B_2^{(7)}s^2 + B_1^{(7)}s + B_0^{(7)} = 0$.

З урахуванням наведених залежностей (15)–(18) у розрахункових співвідношеннях шуканих ймовірностей $P_j(t)$, $j = \overline{1,7}$ (19) матимемо

остаточний вигляд величин $A_0^{(j)}$, $A_k^{(j)}$:

$$A_0^{(j)} = \frac{\Phi_j^{(7)}(0)}{Q_6^{(7)}(0)} = \frac{\Phi_j^{(7)}(0)}{B_0^{(7)}(0)}; \quad A_k^{(j)} = \frac{\Phi_j^{(7)}(\alpha_k)}{\Psi_0^{(7)}(\alpha_k)};$$

$$\Psi_0^{(7)}(s) = \frac{d\Psi_0^{(7)}(s)}{ds};$$

з урахуванням того, що $Q_6^{(7)}(\alpha_k) = 0$, матимемо

$$\Psi_0^{(7)}(\alpha_k) = 6\alpha_k^5 + 5B_5^{(7)}\alpha_k^4 + 4B_4^{(7)}\alpha_k^3 + 3B_3^{(7)}\alpha_k^2 + B_2^{(7)}\alpha_k + B_1^{(7)}.$$

Висновки і перспективи подальших досліджень

На цьому формальний етап отримання аналітичного (замкнутого) розв'язку системи диференціальних рівнянь (5) можна вважати закінченим. Для визначення фінальних ймовірностей застосування складної системи в нестационарному пуассонівському потоці, описаної диференціальними рівняннями Чепмена – Колмогорова, і подальшого дослідження можливої живучості застосовуватимемо аналітичний вираз (19).

Таким чином, наведений у статті опис функціонування ракетних та артилерійських підрозділів під час їх застосування для досягнення мети вогневої підтримки становить загальний випадок для відомих типів складних систем у межах нестационарного пуассонівського потоку в сучасних умовах та на перспективу до 2030 року. Отримані розрахунковим шляхом залежності дають повну картину аналітичного опису процесу застосування ракетних та артилерійських підрозділів під час вогневої підтримки в операції (бою), а також можливість оцінити прогнозовані значення показника можливої живучості у процесі вибору параметрів управління під час їх застосування за призначенням в умовах нестационарного пуассонівського потоку.

Напрямом подальшого дослідження є розроблення комплексної методики оцінювання

можливої живучості ракетних та артилерійських підрозділів під час їх застосування за прямим призначенням в операції (бою).

Література

1. **Головченко О.,** Іщенко О., Линок Н. Здобуті уроки ведення бойових дій артилерійськими підрозділами в ході збройного конфлікту на Сході України за аспектом живучості в 2014–2015 роках. *Воєнно-історичний вісник* : зб. наук. пр. Київ, 2021. № 1 (39). С. 82–96. DOI: <https://doi.org/10.33099/2707-1383-2021-39-1-82-96>.
2. **Репіло Ю. Є.,** Головченко О. В., Іщенко О. В. Контент-аналіз уроків збройного конфлікту в Нагірному Карабасі щодо вогневої підтримки військових формувань Азербайджану в наступальних діях. *Збірник наукових праць Національної академії Державної прикордонної служби України. Військові та технічні науки*. Хмельницький, 2021. № 1 (84). С. 86–99. DOI: <https://doi.org/10.32453/3.v84i1.805>.
3. **Kyva, V.** Analysis of factors affecting cyber security of a higher military educational institution. *Electronic Professional Scientific Edition "Cybersecurity: Education, Science, Technique & quot;*; 2022. №3 (15). С. 53–70. DOI: <https://doi.org/10.28925/2663-4023.2022.15.5370>.
4. **Khudov H.,** Oleksenko O., Lukianchuk V., Herasymenko V., Yaroshenko Y., Ishchenko O., Ikaiev D., Golovchenko O., Volobuiev A., Drob Y., Solomonenko Y., Khizhnyak I. The determining the flight routes of unmanned aerial vehicles groups based on improved ant colony algorithms. The determining the flight routes of unmanned aerial vehicles groups based on improved ant colony algorithms. *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*. 2021. Vol. 11, Issue 9. P. 23–32. DOI: https://doi.org/10.46338/IJETAЕ0921_03.
5. **Репіло Ю. Є.,** Головченко О. В. Модель ведення бойових дій артилерійськими підрозділами під час вогневої підтримки у ході ведення наступальних дій. *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони*. Київ, 2021. № 1 (40). С. 153–162. DOI: <https://doi.org/10.33099/2311-7249/2021-40-1-153-162>.
6. **Репіло Ю.Є.,** Головченко О.В. Обґрунтування показників та критерію можливої живучості артилерійських підрозділів під час вогневої підтримки в наступальних діях. *Системи озброєння і військова техніка*. 2021. № 3(67). С. 39–44. <https://doi.org/10.30748/soivt.2021.67.05>.
7. **Golovchenko O.** Content-analysis of trends of waging warfare by the army of the armed forces of the Russian Federation. *Sciences of Europe*. 2020. Vol. 2, No. 58. С. 54–61. URL: <https://www.europe-science.com/archive/> (дата звернення: 24.08.2022).
8. **Golovchenko O.,** Ishchenko O. Infantry division of the armed forces of the Russian Federation: analysis of combat opportunities and their influence at the survivability artillery units in armed conflicts. *The scientific heritage*. Budapest, 2020. Vol. 5. No. 55 (55). P. 27–33. <http://www.scientific-heritage.com/archive/> (дата звернення: 24.08.2022).
9. **Gorodnov V. P.,** Kyrylenko V. A., Repilo I. E. The states final probabilities analytical description in queuing system with an entrance flow of requirements group, with waiting and leaving the queue. *Radio Electronics, Compture, Science, Control*, 2020. No. (4). P. 35–47. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2020-4-4>.
10. **Городнов В. П.,** Купрієнко Д. А., Суконько С. М. Комплексна модель оцінювання можливостей військової частини національної гвардії України з охорони ядерної установки. *Честь і закон*. Харків, 2019. № 2 (69). С. 20–32. DOI: <https://doi.org/10.33405/2078-7480/2019/2/69/177895>.
11. **Майстренко О.,** Лихольот О. Декомпозиція процесу вогневого ураження противника. *Честь і закон*. 2021. No 3(78). С. 30–36. DOI: <https://doi.org/10.33405/2078-7480/2021/3/78/244546>.
12. **Майстренко О.,** Караванов О., Лихольот О. Обґрунтування сукупності показників оцінювання стійкості функціонування розвідувально-вогневих систем. *Честь і закон*. 2022. No 1(80). С. 19–25. DOI: <https://doi.org/10.33405/2078-7480/2022/1/80/262458>.
13. **Guzik, Dennis M.** A Markov model for measuring artillery fire support effectiveness (Monterey, California: Postgraduate School, 1988). URL: <https://hdl.handle.net/10945/23070> (дата звернення: 24.08.2022).
14. **Younglak S.** An analysis of “shoot-and-scoot” tactics (Monterey, California: Postgraduate School, 2017). URL: <https://hdl.handle.net/10945/53047> (дата звернення: 24.08.2022).
15. **Hohonians S.,** Repilo I., Titarenko O., Kokoyko A., Golovchenko O. Development of the method for determining the maneuver intensity of the executive element of the special purpose system. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. Kharkiv, 2021. Vol. 5. No. 3 (113). P. 75–83. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.242688>.
16. **Бакалов В.,** Кузьменко В. Нікітченко В., Яриш, І. Математичне моделювання живучості артилерійського підрозділу під час ведення бойових дій. *Наукові праці Державного науково-дослідного інституту випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки*. 2022 № (12). С. 4–11. <https://doi.org/10.37701/dndivsovt.12.2022.01>.
17. Розвідувально-ударні, розвідувально-вогневі комплекси (принципи побудови в умовах реалізації концепції мережецентричних війн, оцінка ефективності бойового застосування) : монографія / [В. М. Тарасов, Р. І. Тимошенко, О. М. Загорка] ; за заг. ред. В. М. Телеліма. Київ : НУОУ ім. Івана Черняховського, 2015. 184 с.
18. **Адаменко М. В.,** Заболотний О. А. Математична модель функціонування органів радіолокаційної розвідки РВіА. *Збірник наукових праць Центру воєнно-стратегічних досліджень Національного університету оборони України імені Івана Черняховського*. Київ : НУОУ імені Івана Черняховського. 2018. № 1 (62). С. 107–112. <https://doi.org/10.33099/2304-2745/2018-1-62/107-112>.
19. **Вентцель Е. С.** Исследование операций. Москва: Советское радио, 1972. 552 с.
20. **Боровков А. А.** Теория вероятностей: учеб. пособие для вузов. Москва: Наука; Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. 432 с.
21. **Вентцель Е. С.** Исследование операций. Задачи, принципы, методология: учебник. Москва: Наука, 1988. 265 с.
22. **Вентцель Е. С.,** Овчаров Л. А. Теория вероятностей. Москва: Наука, 1969. 368 с.
23. **Дынкин Е. Б.,** Юшкевич А. А. Управляемые марковские процессы и их приложения. Москва: Наука, 1975. 339 с.
24. **Ивченко Г. И.,** Каштанов В. А., Коваленко И. Н. Теория массового обслуживания. Москва: Физматгиз, 1982. 256 с.
25. **Кемени Дж.** Конечные цепи Маркова. Москва: Наука, 1970. 271 с.
26. **Краснов М. Л.,** Киселев . А. И., Макаренко Г. И. Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям: учеб. пособие для втузов 3-е изд., перераб. и доп. Москва: Высш. школа, 1978. 287 с.
27. **Петухов Г. Б.,** Якунин В. И. Методологические основы внешнего проектирования

целенаправленных процессов и целеустремленных систем. Москва: АСТ, 2006. 504 с. **28. Лыков А. В.** Теория теплопроводности. Москва: Высш. школа, 1967. 600 с. **29. Беллман Р.** Введение в теорию матриц.

Москва: Наука, 1969. 368 с. **30. Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. Москва: Наука, 1975. 831 с.

A MODEL OF THE MISSILES AND ARTILLERY UNITS EMPLOYMENT AT THE FIRE SUPPORT IN OPERATION (COMBAT) USING THE THEORY OF RANDOM PROCESSES WITH A FINITE SET OF STATES

Iurii Repilo (Doctor of Military Sciences, Professor)¹

Oleg Golovchenko (Doctor of Philosophy)¹

Dmytro Kupriyenko (Doctor of Military Sciences, Professor)²

¹*National Defence University of Ukraine named after Ivan Cherniakhovsky, Kyiv, Ukraine*

²*National Academy of the State Border Guard Service of Ukraine named after Bohdan Khmelnytskyi, Khmelnytskyi, Ukraine*

The results of the analysis of the lessons learned from the use of troops (forces) in armed conflicts of the XXI century show that the main factor in achieving the goal of the operation (battle) in modern armed conflicts and for the future until 2030 is the constant fire support of military formations, which will be entrusted with the implementation of a number of operational (tactical) tasks.

According to the results of previous studies, it is known that at present, in the theory and practice of controlling missile and artillery units as the main military formations capable of providing continuous fire support in modern conditions of operation (combat) and for the future until 2030, a contradiction arose between the requirement of constant fire support for combined-arms formations in the operation (battle) and the need for constant maneuvering to ensure the required level of its possible survivability by the time criterion. Proceeding from this, on the one hand, there is a need to maximize the time spent by missile and artillery units in the starting (firing) positions, depending on the volume of fire tasks performed for constant fire support, and on the other hand, to minimize the implementation of fire tasks duration and their stay in the starting (firing) positions to ensure survivability.

The article is aimed at formulating a model for the use of a complex fire support system in a non-stationary mode, the implementation of which will allow to calculate the indicators of the functioning of missile and artillery units when performing fire support tasks for further substantiation of recommendations to ensure their survivability in operation (combat).

The article describes a model for the use of missile and artillery units employment at the fire support in operation (combat). The model, unlike existing ones, describes the probabilistic characteristics of the use of missile and artillery units in fire support in an operation (combat) using the theory of random processes with a finite set of states under a non-stationary Poisson flow. The proposed model can be used to search for cause-and-effect relationships between the components of such processes and to substantiate recommendations for ensuring the survivability of missile and artillery units with fire support during the operation (battle).

Keywords: control, complex systems, operation, combat, fire support, missile and artillery units, survivability, model, Markov's stochastic processes, system of differential Chapman – Kolmogorov equations.

References

- Holovchenko, O. ., Ishchenko, O. ., & Lynok, N. .** (2021). Lessons learned by artillery units in armed conflict in eastern Ukraine in the aspect of survival in 2014–2015. *Military Historical Bulletin*, 39(1), 82–96. <https://doi.org/10.33099/2707-1383-2021-39-1-82-96>.
- Repilo I., Golovchenko O., & Ishchenko O.** (2021). Content analysis of lessons learned from armed conflict in Nagorno-Karabakh for fire support for maneuver formations of Azerbaijan in offensive actions. *Collection of Scientific Works of the National Academy of the State Border Guard Service of Ukraine. Series: Military and Technical Sciences*, 84(1), 86-99. <https://doi.org/10.32453/3.v84i1.805>.
- Kyva V.** (2022). Analysis of factors affecting cyber security of a higher military educational institution. *Electronic Professional Scientific Edition "Cybersecurity: Education, Science, Technique"*, 3(15), 53-70. <https://doi.org/10.28925/2663-4023.2022.15.5370>.
- Khudov, H., Oleksenko, O., Lukianchuk, V., Herasymenko, V., Yaroshenko, Y. et. al.** (2021). The Determining the Flight Routes of Unmanned Aerial Vehicles Groups Based on Improved Ant Colony Algorithms. *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*, 11 (9), 23–32. https://doi.org/10.46338/ijetae0921_03.
- Repilo I., & Golovchenko O.** The model of combating by artillery units during fire support during offensive actions. *Modern Information Technologies in the Sphere of Security and Defence*, 1 (40). 153–162. <https://doi.org/10.33099/2311-7249/2021-40-1-153-162>.
- Repilo, I., & Golovchenko, O.** (2021). Justification of indicators and criterion of possible survivability of artillery units during fire support in offensive operations. *Systems of Arms and Military Equipment*, 3(67), 39-44. <https://doi.org/10.30748/soivt.2021.67.05>.
- Golovchenko, O.** (2020). Content-analysis of trends of waging warfare by the army of the armed forces of the Russian Federation. *Sciences of Europe*, 58(2 (2020), 54–61.

- <https://www.europe-science.com/archive/>.
- 8. Golovchenko, O.,** & Ishchenko, O. (2020). Infantry division of the armed forces of the Russian Federation: analysis of combat opportunities and their influence at the survivability artillery units in armed conflicts. *The scientific heritage*, 55(5 (2020), 27–33. <http://www.scientific-heritage.com/archive/>.
- 9. Gorodnov, V. P.,** Kyrylenko, V. A., & Repilo, I. E. (2020). The states final probabilities analytical description in queuing system with an entrance flow of requirements groups, with waiting and leaving the queue. *Radio Electronics, Computer Science, Control*, (4), 35–47. <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2020-4-4>.
- 10. Gorodnov V. P.,** Kupriyenko D. A., & Sukonko S. M. (2019). Complex model of evaluation of opportunities of the military unit of the national guard of Ukraine for the protection of the nuclear installation. *Honor and Law*. No 2(69). pp. 20–32. DOI: <https://doi.org/10.33405/2078-7480/2019/2/69/177895>.
- 11. Maistrenko O.,** & Lykholot O. (2021). Decomposition of the process of fire defeat of the enemy *Honor and Law*. No 3(78). pp. 30–36. DOI: <https://doi.org/10.33405/2078-7480/2021/3/78/244546>.
- 12. Maistrenko O.,** Karavanov O., & Lykholot O. (2022). Substantiation of a set of indicators for assessing the stability of the functioning of reconnaissance and fire systems. *Honor and Law*. No 1(80). pp. 19–25. DOI: <https://doi.org/10.33405/2078-7480/2022/1/80/262458>.
- 13. Guzik, Dennis M. A** Markov model for measuring artillery fire support effectiveness (Monterey, California: Postgraduate School, 1988). URL: <https://hdl.handle.net/10945/23070>.
- 14. Younglak S.** An analysis of “shoot-and-scoot” tactics (Monterey, California: Postgraduate School, 2017). URL: <https://hdl.handle.net/10945/53047>.
- 15. Hohoniants, S.,** Repilo, I., Tytarenko, O., Kokoiko, A., & Golovchenko, O. (2021). Improving a method for determining the maneuvering intensity of the executive element of a special-purpose system. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 5(3 (113), 75–83. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.242688>.
- 16. Bakalov, V.,** Kuzmenko, V., Nikitchenko, V., & Yarysh, I. (2022). Mathematical modeling of the survival of the artillery division during combat. *Scientific Works of State Scientific Research Institute of Armament and Military Equipment Testing and Certification*, (12), 4-11. <https://doi.org/10.37701/dndivsovt.12.2022.01>.
- 17. Tarasov V.,** Tymoshenko R., & Zagorka O. (2015). Reconnaissance and strike, reconnaissance and fire complexes (principles of construction in the implementation of the concept of network-centric wars, assessment of the effectiveness of combat use). (Textbook) [*Rozviduvaljno-udarni, rozviduvaljno-voghnevi kompleksi (pryncypy pobudovy v umovakh realizaciji koncepciji merezhcentrychnykh vijn, ocinka efektyvnosti bojovogho zastosuvannya)*], Kyiv. NUOU, 2015. p.184.
- 18. Adamenko M. &** Zabolotny O. (2018). Mathematical model of RViA radar reconnaissance operation. [*Matematychna modelj funkcionuvannya orghaniv radiolokacijnoi rozvidky RViA*], Collection of scientific works of the Center for Military Strategic Studies of the Ivan Chernyakhovsky National University of Defense of Ukraine, No. 1(62), pp. 107-112, <https://doi.org/10.33099/2304-2745/2018-1-62/107-112>.
- 19. Venttsel E. S.** (1972). *Issledovanie operatsiy*. Moscow. 552 p.
- 20. Borovkov A.** (1986). *Teoriya veroyatnostey*, Moscow. 432 p.
- 21. Venttsel E. S.** (1988). *Issledovanie operatsiy. Zadachi, printsipy, metodologiya*. Moscow. 265 p.
- 22. Venttsel E. S.** & Ovcharov L. A. (1969). *Teoriya veroyatnostey*. Moscow. 368 p.
- 23. Dyinkin E. B.,** & Yushkevich A. A. (1975). *Upravlyaemye markovskie protsessy i ih prilozheniya*. Moscow. 339 p.
- 24. Ivchenko G. I.,** Kashtanov V. A., & Kovalenko I. N. (1982). *Teoriya massovogo obsluzhivaniya*. Moscow. 256 p.
- 25. Kemeni Dzh.** (1970). *Konechnyie tsepi Markova*. Moscow. 271 p.
- 26. Krasnov M. L.,** Kiselev . A. I., & Makarenko G. I. (1978) *Sbornik zadach po obyknovennym differentsialnyim uravneniyam*. Moscow. 287 p.
- 27. Petuhov G. B.,** & Yakunin V. I. (2006). *Metodologicheskie osnovy vneshnego proektirovaniya tselenapravlennyih protsessov i tselestremlyennyih sistem*. Moscow. 504 p.
- 28. Lyikov A. V.** (1967). *Teoriya teploprovodnosti*. Moscow. 600 p.
- 29. Bellman R.** (1969). *Vvedenie v teoriyu matrits*. Moscow. 368 p.
- 30. Korn G.,** & Korn T. (1975). *Spravochnik po matematike dlya nauchnyih rabotnikov i inzhenerov*. Moscow. 831 p.