DOI:10.33099/2311-7249/2019-35-2-5-12

УДК: 621.396.6

Андрій Олександрович Марченко¹ Юрій Аркадійович Гусак (доктор військових наук, с.н.с.)²

¹Інститут спеціального зв'язку та захисту інформації Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", Київ ²Центральний науково-дослідний інститут Збройних Сил України, Київ

КОНСТРУКТИВНИЙ СИНТЕЗ БАГАТОШАРОВОЇ ПОЛЯРИЗАЦІЙНО-ГОЛОГРАФІЧНОЇ АНТЕНИ. РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕНЬ

Проведено аналіз методів синтезу антен на основі решітчастих структур. Проведена математична формалізація процесу розповсюдження електромагнітних хвиль (ЕМХ) у багатошаровій поляризаційноголографічній антені (БПГА). Розроблено електродинамічну модель багатошарового тіла. Розроблено матричний метод визначення загальних коефіцієнтів відбиття та проходження (ЕМХ) через транспарант БПГА для функції трансформації первинного електромагнітного поля (ЕМП), що створюється опромінювачем, у вторинне ЕМП, що створюється системою багатошаровий транспарант-опромінювач. Визначені коефіцієнти відбиття ЕМХ через транспарант БПГА методом усереднених граничних умов. Розроблено порядок конструктивного синтезу БПГА та запропоновані рекомендації щодо впровадження отриманих результатів досліджень.

Ключові слова: багатошарова поляризаційно-голографічна антена, електродинамічна модель БПГА, матричний метод визначення коефіцієнтів відбиття та проходження ЕМХ, метод усереднених граничних умов, функція трансформації, резонансний шар, конструктивний синтез.

Вступ

Постановка проблеми. Узгодженість виду поляризації антенної системи (АС) засобу радіомоніторингу телекомунікаційних систем (РмТС) і поляризаційних характеристик вхідних сигналів впливає на енергетичну доступність джерел радіовипромінювань (ДРВп), яку потрібно забезпечити в дуже широкому частотному діапазоні. Однак існуючі АС засобів РмТС, як правило, мають лінійну поляризацію, тому при прийманні сигналів з іншими видами поляризації енергетична доступність і якість розпізнавання ДРВп суттєво знижується через зменшення потужності вхідних сигналів. Для забезпечення точного пеленгування ДРВп антенна система засобу РмТС повинна мати вузьку діаграму спрямованості (ДС) антени.

При цьому для забезпечення максимальної енергетичної доступності ДРВп повинна виконуватися умова погодженості виду поляризації АС засобів РмТС з поляризаційними характеристиками вхідних сигналів [1].

Для вирішення цих проблемних питань необхідно застосовувати АС, що створюють до поляризації вхідних сигналів інваріантні ДС антени. Такими властивостями володіють одношарові поляризаційно-голографічні антени (ПГА). Принцип роботи ПГА полягає y формуванні ДС за рахунок зміни поляризаційних характеристик елементів поверхні транспаранту на радіохвилі кругової поляризації. У загальному вигляді ПГА має випромінювач і транспарант, який представляє собою напівпрозору імпедансну поверхню [2]. Але такі антени мають суттєвий нелопік оскільки забезпечують роботу приймальної системи засобу РмТС у вузькому діапазоні частот [3].

Для забезпечення роботи засобу РмТС у широкому діапазоні частот доцільно використовувати багатошарову поляризаційноголографічну антену (БПГА), яка є антеною оптичного типу, транспарант (відбивач) якої складається з декількох поверхонь (шарів), розміщених над металевим екраном. Кожний шар БПГА перетворює лінійно-поляризований сигнал від ДРВп у сигнал із коловою поляризацією.

Відомо, що конструктивний (інженерний) синтез антен – находження конструкторського рішення антени за заданими вимогами по їх електричним характеристикам [4]. Процес синтезу антен умовно поділяється на дві частини:

розроблення теоретичних принципів (математичних методів);

практична реалізація (конструкторськотехнологічне виконання) антен.

При цьому конструктивний синтез БПГА передбачає визначення функцій трансформації та побудову конфігурації (поляризаційними голограмами) на основі решітчастих структур для кожного шару транспаранта, що відповідають резонансним довжинам хвиль.

Однак математичний апарат, що описує процес розповсюдження електромагнітних хвиль (EMX) через транспарант та порядок конструктивного синтезу БПГА не відпрацьовані, тому їх розроблення є актуальним науковим завданням.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для вирішення зазначеного завдання в роботах [5, 6] розглядається теорія синтезу антен, що являють собою замкнугі напівпрозорі поверхні, методи дослідження електродинамічних структур для решіток з різною формою комірок і методи синтезу спрямованих властивостей відбивальних антенних решіток, що враховують наявність

© А.О.Марченко, Ю.А.Гусак

взаємного зв'язку між опромінювачами довільного типу. Такі методи мають узагальнений характер і потребують їх адаптації до AC конкретного конструктивного виконання.

У [2], показано, що діаграма спрямованості ПГА формується шляхом зміни тільки фазового розподілу, синтез якого запропоновано реалізувати методом, який грунтується на рішенні крайової задачі дифракції ЕМХ на імпедансному тілі з використанням інтегральних рівнянь (IP). Такий підхід може бути застосований до розроблення електродинамічної моделі, але запропонований лише для одношарової решітчастої структури.

У [7] викладені математичні методи конструктивного синтезу решітчастих структур, де показано, що вихідним є матричний імпеданс деякої заданої поверхні, а його знаходження доцільно проводити методом ІР першого роду, що дає змогу знайти голографічне ядро, яке фізично відповідає транспаранту антени. Такий підхід знаходження матричного імпедансу з необхідними властивостями можна застосувати і для багатошарового транспаранту.

Метою статті є математична формалізація процесу розповсюдження ЕМХ через багатошаровий транспарант, розроблення порядку конструктивного синтезу БПГА та рекомендацій щодо впровадження результатів досліджень.

Виклад основного матеріалу

дослідження

Для конструктивного синтезу БПГА потрібно знайти функцію трансформації первинного ЕМП, що створюється опромінювачем, у вторинне ЕМП, БПГА TOMV розглянемо транспарант як багатошарове імпедансне тіло. Таке тіло відповідає властивостям БПГА, що у своєму складі має декілька решітчастих структур зі змінними по поверхні параметрами, які розміщені над екраном, що відбиває ЕМХ. Такі структури дають змогу оцінювати поляризацію та фазу відбитої ЕМХ залежно від щільності та орієнтації елементів решітки та їх висоти над екраном. Кожному шару транспаранта БПГА має відповідає власна функція реалізація трансформації, якої потребує використання відповідної решітчастої структури з конфігурацією (поляризаційними голограмами) шарів антени.

У [6] розглянуто повне ЕМП (рис. 2), що розсіюється багатошаровим тілом D (транспарантом), яке вважається імпедансним і обмежено поверхнею S_D.





Тіло V – джерело первинного ЕМП (опромінювач), обмежено поверхнею S_V , на якій задані поверхневі струми збудження \vec{J}_V . Область D_e , яка є зовнішньою по відношенню до тіл D і V, має постійні параметри ε_0 і μ_0 . Первинне ЕМП $\{\vec{E}_0, \vec{H}_0\}$, що створюється поверхневими струмами \vec{J}_V , падає на тіло D.

Для резонансної довжини хвилі λ_m електричний вектор Герца в точці M з урахуванням впливу інших тіл D_i буде мати такий вигляд:

$$\begin{cases} \int \dot{i} \omega_{m} \mu_{m} \vec{J}_{m}^{e}(M_{0}) \Phi(M_{0}, M) \dot{d}S_{m} + \Delta \vec{\Pi}_{1} = \vec{\Pi}_{\Sigma 1}(M) \\ S_{m} \\ \int S_{m} \langle Z_{m1}(M_{0}, M) \left[\text{grad}_{M} \Phi(M_{0}, M) \left[\vec{n}_{D}, \vec{J}_{D}^{e}(M_{0}) \right] \right] dS_{m} + (1) \\ + \Delta \vec{\Pi}_{0} = \vec{\Pi}_{\Sigma 0}(M) \\ \mathcal{A}e \ \Delta \vec{\Pi}_{1} = \sum_{i=1}^{m-1} \int \langle i \omega_{i} \mu_{i} \vec{J}_{i}^{e}(M_{0}) \Phi(M_{0}, M) \right] dS_{i} + \\ + \sum_{i=m+1}^{N} \int S_{i} \langle i \omega_{i} \mu_{i} \vec{J}_{i}^{e}(M_{0}) \Phi(M_{0}, M) \rangle dS_{i} \\ i \\ \Delta \vec{\Pi}_{0} = \sum_{i=1}^{m-1} \int S_{i} \langle Z_{i0}(M_{0}, M) \left[\text{grad}_{M} \Phi(M_{0}, M) \left[\vec{n}_{D}, \vec{J}_{D}^{e}(M_{0}) \right] \right] dS_{i} \end{cases}$$

+
$$\sum_{i=m+1}^{N} \int_{S_i} \left\langle Z_{i1}(M_0, M) \left[\operatorname{grad}_M \Phi(M_0, M) \left[\vec{n}_D, \vec{J}_D^e(M_0) \right] \right\rangle dS_i \right\rangle$$

+

 $\Delta \Pi_1$, $\Delta \Pi_0$ – електричні вектори Герца первинного і вторинного ЕМП, що утворюються тілами D_i відповідно.

Вираз (1) можна подати рівнянням вигляду:

$$\int_{S_m} \left[i\omega_m \mu_m \vec{J}_m^e(M_0) \Phi(M_0, M) \right] dS_m = \vec{\Pi}_{\Sigma 1}(M) - \Delta \vec{\Pi}_1$$

$$\int_{S_m} \left[Z_{m0}(M_0, M) \right] grad_M \Phi(M_0, M) \left[\vec{n}_D, \vec{J}_D^e(M_0) \right] dS_m = (2)$$

$$= \vec{\Pi}_{\Sigma 0}(\mathbf{M}) - \Delta \vec{\Pi}_0 = \vec{\Pi}_{\Sigma}$$

Розглянемо повне ЕМП, що утворюються всіма тілами *D_i*:

$$\int_{m} \left| Z_{m0}(M_0, M) \right| \operatorname{grad}_{M} \Phi(M_0, M) \left| \vec{n}_{\mathrm{D}}, \vec{J}_{\mathrm{D}}^{\mathrm{e}}(M_0) \right| dS_{\mathrm{m}} = \vec{\Pi}_{\Sigma}$$
(3)

Подамо IP Фредгольма I роду (3) операторним рівнянням вигляду [7, 8]:

$$Z_{m}\vec{J} = \int \{Z_{m0}(M_{0},M) \operatorname{grad}_{M} \Phi(M_{0},M) \times S_{m}$$

$$(4)$$

 $\times [\vec{n}_D, J^e_D(M_0)] dS_m = B$ де $\vec{J} = \operatorname{grad}_M \Phi(M_0, M) \left[\vec{n}_D, \vec{J}^e_D(M_0) \right] -$ вектор поверхневих струмів, які збуджуються на резонансній поверхні багатошарового тіла *D*;

 $\vec{B} = \vec{\Pi}_{\Sigma} = \vec{\Pi}_{\Sigma 0}(M) - \Delta \vec{\Pi}_{0}$ – вектор напруженості вторинного ЕМП у точці спостереження *M*;

 Z_m – поверхневий імпеданс резонансної поверхні тіла *D*.

У рівняннях (1–4) поверхневий імпеданс $Z_m \in$ ядром IP (1), який є нормованим та ермітовим і з

фізичного погляду описує реальні властивості резонансного шару тіла *D* (у тому числі й імпедансні) [7].

У виразі (4) напруженість ЕМП \vec{B} пов'язана з поверхневими струмами $\vec{J}_D^e(M_0)$ у резонансному шарі тіла D через його поверхневий імпеданс Z_m , який є комплексною величиною [7], тому маємо вираз:

$$Z_{\rm m} = |Z_{\rm m}| e^{j\phi\psi}, \qquad (5)$$

де $\psi = \arg Z_m$.

Розроблена електродинамічна модель (2) вирішує задачі дифракції на багатошаровому тілі і дає змогу перейти до узагальненої моделі АС. Для побудови ефективної процедури синтезу БПГА необхідно знайти функцію трансформації Z₀. При такій постановці задачі синтезу можна оперувати з ДС опромінювача та транспаранта.

Під час конструктивного синтезу БПГА функцію трансформації первинного ЕМП у вторинне ЕМП, яка фізично відповідає голографічному ядру ІР (2) можна визначити через загальні коефіцієнти відбиття і проходження матричним методом.

Оскільки транспарант БПГА потрібно синтезувати для хвиль кругової поляризації, то потрібно створити умови інтерференції хвиль з протилежними напрямами обертання вектора поляризації. При цьому поле відбитої ЕМХ, яке пов'язано з полем ЕМХ, що падає в кожній точці багатошарової імпедансної поверхні характеризується операторним рівнянням:

$$Z_{\rm m} \tilde{J} = \tilde{B}, \qquad (6)$$

де J – вектор поверхневих струмів, які збуджуються на резонансній поверхні БПГА;

 \vec{B} – вектор напруженості вторинного ЕМП у точці спостереження M;

Z_m – поверхневий імпеданс резонансного шару БПГА.

За умови того, що поверхневий імпеданс є нормованим та ермітовим і з фізичної точки зору описує реальні властивості резонансного шару БПГА, операторне рівняння (6) буде еквівалентно матричному:

$$B| = |Z| |A|.$$
(7)

де |В| – матриця-вектор збудженого ЕМП;

|A| – матриця-вектор первинного ЕМП;

|Z| – матриця поверхневих імпедансів Z.

Матриця трансформації |Z| напряму пов'язана з коефіцієнтами проходження через шари БПГА і відбиття від кожного шару й екрану. Тому розглянемо процес проходження ЕМХ через шари БПГА та їх відбиття від екрану за методом геометричної оптики.

Нехай на транспарант БПГА, що має N шарів, падає ЕМХ \vec{A}^0 . ЕМХ, що пройшли через N шарів БПГА, позначимо через $\vec{A}_1^0, \vec{A}_2^0, ..., \vec{A}_N^0$. Електромагнітна хвиля, що відбилась від екрану та пройшла через N шарів БПГА у зворотному напрямку, позначимо \vec{B}^0 , а ЕМХ, які відбились від сітчастих структур кожного шару БПГА, позначимо $\vec{B}_1^1, \vec{B}_2^2, ..., \vec{B}_N^N$ (рис. 2).

Вираз для ЕМХ, що пройшла через перший, другий, ..., *N*-й шари транспаранту БПГА, які

мають коефіцієнт проходження $T_1, T_2, ..., T_N$ відповідно, можна записати так:

$$A_{1}^{0} = T_{1}A^{0};$$

$$\vec{A}_{2}^{0} = T_{2}\vec{A}_{1}^{0} = T_{1}T_{2}\vec{A}^{0};$$
...
$$\vec{A}_{N}^{0} = T_{1}T_{2}...T_{N}\vec{A}^{0} = \vec{A}^{0}\prod_{i=1}^{N}T_{i},$$
(8)

де T_i – коефіцієнт проходження через *i*-шар БПГА.



Рис. 2. Схема падіння та відбиття ЕМХ від транспаранту БПГА

Вираз для ЕМХ, що відбилась від екрану БПГА та проходить повторно через *N* шарів транспаранту, можна записати так:

$$\begin{split} \vec{B}_{1}^{0} &= T_{2}\vec{B}_{2}^{0}; \\ \vec{B}_{2}^{0} &= T_{3}\vec{B}_{3}^{0}; \\ & \dots \\ & = T_{1}T_{2}...T_{N}\vec{B}^{0} = \vec{B}^{0}\prod_{i=1}^{N}T_{i}. \end{split}$$

Знайдемо вираз для EMX, яка відбилась від екрану \vec{B}^0 через EMX \vec{A}^0 , що падає на транспарант БПГА:

$$\vec{B}^{0} = T_{N}^{2} ... T_{2}^{2} T_{1}^{2} \vec{A}^{0} = \vec{A}^{0} \prod_{i=1}^{N} T_{i}^{2} .$$
(10)

(9)

 \vec{B}_{N}^{0}

7

Розглянемо ЕМХ, що відбились від елементів кожного шару транспаранта БПГА, через коефіцієнти відбиття $K_1, K_2, ..., K_N$:

$$\vec{B}_1^1 = K_1 \vec{A}^0 , \qquad (11)$$

де $K_1 = 1 - T_1$ – коефіцієнт відбиття ЕМХ від першого шару БПГА;

$$\vec{B}_1^2 = B_2^2 T_1 = K_2 T_1 \vec{A}_1^0 = K_2 T_1^2 \vec{A}^0 , \qquad (12)$$

де $K_2 = 1 - T_2$ – коефіцієнт відбиття ЕМХ від другого шару БПГА;

$$\vec{B}_{1}^{2} = T_{1}\vec{B}_{2}^{2} = T_{1}T_{2}\vec{B}_{3}^{3} = K_{3}T_{1}T_{2}\vec{A}_{0}^{2} = K_{3}T_{1}^{2}T_{2}^{2}\vec{A}^{0}, \quad (13)$$

де $K_3 = 1 - T_3$ – коефіцієнт відбиття ЕМХ від третього шару БПГА.

Загальний вираз для ЕМХ, що відбилась від елементів *N*-го шару в залежності від ЕМХ, яка падає має такий вигляд:

$$\vec{B}^{0} = \vec{A}^{0} K_{N} \prod_{n=1}^{N-1} T_{n}^{2} , \qquad (14)$$

де K_N – коефіцієнт відбиття ЕМХ від *N*-го шару.

У на поверхні резонансного шару БПГА є те, що при відбитті ЕМХ колової поляризації від транспаранту відбувається зсув фази в залежності від кута положення вібратора [7] тому останній вираз можна записати так:

$$\vec{B}^0 = \vec{A}^0 K_N T_m \prod_{n=1}^{m-1} T_n^2 \prod_{n=m+1}^{N-1} T_n^2 = \vec{A}^0 T_m M$$
, (15)

де T_m – коефіцієнт проходження ЕМХ через *m*-ий резонансний шар БПГА та описує зсув по фазі в цьому шарі;

$$M = K_N \prod_{n=1}^{m-1} T_n^2 \prod_{n=m+1}^{N-1} T_n^2 -$$
коефіцієнт, який

характеризує взаємний вплив шарів транспаранту БПГА.

Сумарну ЕМХ, що пройшла через БПГА, можна записати так:

$$\begin{split} \vec{B} &= B_l^0 + \vec{B}_l^N + \vec{B}_l^{N-1} + ... + \vec{B}_l^1 = \\ &= \sum_{i=0}^N \vec{B}_l^i = \vec{B}_l^m + \sum_{i=0}^{m-1} \vec{B}_l^i + \sum_{i=m+1}^N \vec{B}_l^i \;, \end{split} \tag{16}$$

де \vec{B}_1^m – EMX, що відбилася від резонансного шару БПГА.

З урахуванням виразу (15) загальний коефіцієнт відбиття від БПГА можна знайти за таким виразом:

$$K_{0} = \frac{\vec{B}}{\vec{A}^{0}} = \frac{\vec{B}_{1}^{m}}{\vec{A}^{0}} + \frac{\sum_{i=1}^{m-1} \vec{B}_{1}^{i}}{\vec{A}^{0}} + \frac{\sum_{i=m+1}^{N} \vec{B}_{1}^{i}}{\vec{A}^{0}} = K_{m} + K_{\chi} , (17)$$

де $K_m = \frac{\ddot{B}_1^m}{\ddot{A}^0} -$ коефіцієнт відбиття від *m*-го резонансного шару БПГА;

 $\sum_{i=1}^{m-1} \vec{p}_{i} + \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_{i}^{i}$

$$K_{\chi} = \frac{\sum D_1 + \sum D_1}{\vec{A}^0} -$$
складова, що враховує

коефіцієнти відбиття від нерезонансних шарів БПГА.

Аналогічно (16) вираз для загального коефіцієнту проходження через БПГА можна записати так:

$$T_0 = T_m + T_{\chi} . \tag{18}$$

Вирази (17, 18) визначають загальні коефіцієнти відбиття і проходження ЕМХ в БПГА як доданки відповідних коефіцієнтів для резонансного шару БПГА та нерезонансних шарів такої антени.

Оскільки матрицю трансформації |Z| можна представити через матриці загальних коефіцієнтів відбиття та проходження:

$$|\mathbf{Z}| = |\mathbf{K}_0| + |\mathbf{T}_0|^2 , \qquad (19)$$

то з урахуванням (11) та (12) вираз (13) можна надати так:

$$|Z| = (|K_{m}| + |K_{\chi}|) + (|T_{m}| + |T_{\chi}|)^{2} = (|K_{m}| + |T_{m}|^{2}) + (|K_{\chi}| + 2|T_{m}||T_{\chi}| + |T_{\chi}|^{2}) = |Z_{m}| + |Z_{\chi}|,$$
(20)

де $|Z_m|, |Z_{\chi}|$ – матриці трансформації резонансного шару та нерезонансних шарів БПГА відповідно.

Таким чином, з урахуванням виразу (19), матричне рівняння (7) можна записати у такому вигляді:

$$|\mathbf{B}| = |\mathbf{Z}_{m}||\mathbf{A}| + |\mathbf{Z}_{\chi}||\mathbf{A}|.$$
(21)

Доданок $|Z_m||A|$ відповідає матриці-вектору збудженого ЕМП резонансним шаром БПГА, а доданок $|Z_{\chi}|A|$ – матриці-вектору збудженого ЕМП іншими шарами БПГА.

Для визначення структури матриці трансформації $|Z_m|$ розглянемо загальні властивості матриць коефіцієнтів відбиття $|K_m|$ і проходження $|T_m|$ резонансного шару БПГА. Для цього розглянемо процес падіння та відбиття ЕМХ у тривимірній прямокутній системі координат (рис. 3).



Рис. 3. Схема падіння та відбиття ЕМХ на поверхню у0х

Введемо кут θ , як кут падіння ЕМХ \vec{A}^0 на поверхню y0x та відбиття ЕМХ \vec{B}^0 від цієї поверхні та кут ϕ , як кут між проекцією вектора \vec{B}^0 на площину y0x та віссю 0x.

Коефіцієнт відбиття резонансного шару БПГА визначається матрицею коефіцієнтів відбиття виду:

$$|\mathbf{K}_{m}| = \begin{vmatrix} \mathbf{K}_{xx}^{m} & \mathbf{K}_{xy}^{m} \\ \mathbf{K}_{yx}^{m} & \mathbf{K}_{yy}^{m} \end{vmatrix},$$
 (22)

де К_{xx}^m, К_{yy}^m – елементи матриці коефіцієнтів відбиття, які характеризують поляризаційну складову ЕМХ, що падає;

 K_{xy}^{m}, K_{yx}^{m} – елементи, що характеризують кросполяризаційну складову ЕМХ, що падає.

Матриця загальних коефіцієнтів відбиття |К₀| має складову, що враховує коефіцієнти відбиття (17). нерезонансних шарів БПГА віл Тому елемент матриці загальних коефіцієнтів відбиття, який характеризує поляризаційну складову ЕМХ, що падає на БПГА, можна записати так:

$$K_{xx}^{0} = K_{xx}^{m} + K_{xx}^{\chi} , \qquad (23)$$

де К^{χ}_{xx} – елемент матриці коефіцієнтів відбиття від нерезонансних шарів, який характеризує поляризаційну складову ЕМХ, що падає.

Аналогічно виразу (22) та з урахуванням (23) запишемо матрицю загальних коефіцієнтів відбиття |К₀| для БПГА:

$$\begin{aligned} |\mathbf{K}_{0}| &= \begin{vmatrix} \mathbf{K}_{xx}^{0} & \mathbf{K}_{xy}^{0} \\ \mathbf{K}_{yx}^{0} & \mathbf{K}_{yy}^{0} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{K}_{xx}^{m} + \mathbf{K}_{xx}^{\chi} & \mathbf{K}_{xy}^{m} + \mathbf{K}_{xy}^{\chi} \\ \mathbf{K}_{yx}^{m} + \mathbf{K}_{yx}^{\chi} & \mathbf{K}_{yy}^{m} + \mathbf{K}_{yy}^{\chi} \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} \mathbf{K}_{xx}^{m} & \mathbf{K}_{xy}^{m} \\ \mathbf{K}_{yx}^{m} & \mathbf{K}_{yy}^{m} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{K}_{xx}^{\chi} & \mathbf{K}_{xy}^{\chi} \\ \mathbf{K}_{yx}^{\chi} & \mathbf{K}_{yy}^{\chi} \end{vmatrix}, \end{aligned}$$
(24)

де $\begin{vmatrix} K_{xx}^{\chi} & K_{xy}^{\chi} \\ K_{yx}^{\chi} & K_{yy}^{\chi} \end{vmatrix}$ – матриця коефіцієнтів відбиття від

нерезонансних шарів БПГА.

Оскільки в площині решітки резонансного шару БПГА для матриць відбиття |*K*_m| і проходження $|T_m|$ має виконуватись гранична умова

$$|K_m| + |T_m| = |1|, \tag{25}$$

то коефіцієнти проходження через резонансний шар записуються за такими виразами:

$$T_{xx}^{m} = 1 - K_{xx}^{m};$$

$$T_{xy}^{m} = K_{xy}^{m};$$

$$T_{yx}^{m} = -K_{yx}^{m};$$
(26)

 $T_{xx}^{m} = 1 + K_{xx}^{m}$. Відповідно до виразів (26) з урахуванням (24) запишемо матрицю коефіцієнтів проходження Т₀:

$$\begin{aligned} |T_{0}| &= \begin{vmatrix} T_{xx}^{0} & T_{xy}^{0} \\ T_{yx}^{0} & T_{yy}^{0} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} T_{xx}^{m} + T_{xx}^{\chi} & T_{xy}^{m} + T_{xy}^{\chi} \\ T_{yx}^{m} + T_{yx}^{\chi} & T_{yy}^{m} + T_{yy}^{\chi} \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} 1 - K_{xx}^{m} & K_{xy}^{m} \\ - K_{yx}^{m} & 1 + K_{yy}^{m} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 - K_{xx}^{\chi} & K_{xy}^{\chi} \\ - K_{yx}^{\chi} & 1 + K_{yy}^{m} \end{vmatrix} \end{aligned}$$
(27)

Вираз (21) дає змогу за допомогою методу геометричної оптики представити в матричному вигляді функцію трансформації первинного електромагнітного поля у вторинне через матриці трансформації резонансного шару трансформації резонансного шару та нерезонансних шарів БПГА з урахуванням та матриць загальних коефіцієнтів відбиття (24) та проходження (27), що дає змогу конструктивно синтезувати багатошарову поляризаційноголографічну антену із заданими технічними характеристиками.

Оскільки БПГА є антеною оптичного типу, яка складається з декількох шарів решітчастих структур, розміщених над металевим екраном, то в таких АС важливим чинником, що впливає на амплітудно-фазовий розподіл є взаємний вплив між шарами. Тому для врахування такого впливу визначимо коефіцієнти відбиття для системи, що складається з паралельних решіток. Одним з методів, який дає змогу врахувати такий вплив є метод усереднених граничних умов [7].

Сутністю методу усереднених граничних умов заміна решітчастої поверхні з реальними £ струмами та зарядами суцільною поверхньою, на якій виконуються деякі еквівалентні усереднені граничні умови для згладження струмів і зарядів, так що на деякій відстані від решітки згладжені та реальні ЕМП є рівними.

Розглянемо дві решітки паралельних проводів з періодом b, радіусом провода r_0 , які розміщені на відстані h одна над одною зі зсувом у поперековому напрямку (рис. 4).



Рис. 4. Система "решіток паралельних проводів"

Співвідношення між b і h вважається довільним, а параметри сіток відповідають умовам:

$$b < \lambda, 2r_0 \ll b; \tag{28}$$

Коефіцієнти відбиття для системи з двох решіток паралельних проводів можна записати через кут падіння пласкої ЕМХ в і кут ф між площиною падіння та площиною x0z [7]:

$$K_{\parallel}^{e} = \{\cos\theta + i\sin^{2}\theta [\chi_{2}\cos^{2}\phi + \chi_{1}\sin^{2}\phi + (\delta_{1} + \delta_{2})\sin\phi\cos\phi]\}I_{0}^{-1},$$

$$K^{e} = i\cos\theta \times [\delta_{2}\cos^{2}\phi - \delta_{1}\sin^{2}\phi + (\delta_{1} + \delta_{2})\sin\phi\cos\phi] + \delta_{1}\sin^{2}\phi + \delta_{2}\sin^{2}\phi + \delta_{1}\sin^{2}\phi + \delta_{2}\sin^{2}\phi + \delta_{2}\sin^{2}\phi$$

$$\begin{aligned} &+(\chi_1-\chi_2)sin\phi cos\phi] \ I_0^{-1}, \eqno(30) \\ K^h_{\parallel} = -\{cos\theta+i[\chi_2sin^2\phi+\chi_1cos^2\phi-$$

$$-(\delta_1 + \delta_2)\sin\varphi\cos\varphi] I_0^{-1}$$
(31)
$$K^{\rm h} = i \cos \varphi I_{\rm h}^{\rm h} \cos^2 \varphi = \int \sin^2 \varphi \, d\varphi$$

$$\mathbf{K} = -\mathbf{1}\cos\theta[\mathbf{0}_{1}\cos\theta - \mathbf{0}_{2}\sin\theta + \mathbf{0}_{2}\sin\theta]$$

$$+ (\chi_1 - \chi_2) \sin\varphi \cos\varphi] I_0^{-1}$$
(32)

 $\exists e \ I_0^{-1} = \cos\theta - (\chi_1 \chi_2 + \delta_1 \delta_2) + i \{\chi_1 + \chi_2 + \delta_2 \} = 0$

$$-\sin^2\theta[\chi_2\cos^2\phi+\chi_1^2\sin^2\phi+(\delta_1+\delta_2)\sin\phi\cos\theta]\};$$

$$\chi_1 = \frac{\chi_1^{\vee}}{k} \left(1 + F_x - \frac{a/b}{1 + a/b} \sin^2\theta \cos^2\varphi \right); \quad (33)$$

$$\chi_{2} = \frac{\chi_{2}^{0}}{k} \left(1 + F_{y} - \frac{b/a}{1 + b/a} \sin^{2}\theta \sin^{2}\phi \right); \quad (34)$$

$$\delta_1 = \frac{\chi_1^0}{k} \frac{a/b}{1+a/b} \sin^2\theta \sin\varphi \cos\varphi ; \qquad (35)$$

$$\delta_2 = \frac{\chi_2^0}{k} \frac{b/a}{1+b/a} \sin^2\theta \sin\varphi \cos\varphi; \qquad (36)$$

$$\chi_1^0 = \frac{2b}{\lambda_m} \ln \frac{b}{2\pi r_0}; \qquad (37)$$

$$\chi_2^0 = \frac{2a}{\lambda_m} \ln \frac{a}{2\pi r_0} \,. \tag{38}$$

Modern Information Technologies in the Sphere of Security and Defence No 2(35)/2019 ISSN 2311-7249 (Primt/ISSN 2410-7336 (Online) 9 Усереднені граничні умови для системи решіток паралельних проводів, можуть бути перетворені для системи решітка з паралельних проводів — пласка металева поверхня, що розміщені на відстані h/2 між собою. Така система відповідає конструкції БПГА, яка у своєму складі має металевий екран (рис. 5).





Для такої системи електрична складова EMX на поверхні решітки має такий вигляд:

$$E_{x} = -E_{x}^{cT} + i\frac{2\pi}{c}\frac{2b}{\lambda_{m}}\ln\frac{2b}{2\pi r_{0}}\left[1 + \delta_{0}(b, h, r_{0})\right] \times \left(j_{x} + \frac{1}{k^{2}}\frac{\partial^{2}j_{x}}{\partial x^{2}}\right),$$
(39)

де j_x – щільність струму на поверхні верхньої решітки.

$$\delta_{0}(b,h,r_{0}) = \left\{ \ln \frac{\sqrt{b^{2} + h^{2}}}{h} + \frac{1}{6} \frac{b^{2}}{b^{2} + h^{2}} + \frac{2h}{b} \operatorname{arctg} \frac{b}{h} - 2 \right\} \times \\ \times \left(\ln \frac{b}{2\pi r_{0}} \right)^{-1} - \operatorname{величина,} \quad \text{що показує}$$

взаємний вплив решіток;

Аналіз виразу (39) свідчить, що при врахуванні взаємного впливу двомірних решітчастих структур потрібно розглядати тільки паралельні провідники сусідньої системи, а використання цього виразу дає змогу знаходити усереднені граничні умови для багатоелементних решіток, елементи яких знаходяться в різних площинах ($h \neq 0$) [7].

Для забезпечення роботи багатошарової антенної решітки доцільно використати резонансні властивості решітчастих структур. При цьому, ці властивості можуть як погіршувати, так і покращувати характеристики антен, які складаються з кількох решітчастих структур.

Тому доцільним є врахування частотновибіркових і резонансних властивостей багаторешітчастих структур під час конструктивного синтезу БПГА.

Для вирішення такої електродинамічної задачі розглянемо відбивальні та екранувальні властивості решітчастих структур, при цьому також виникає питання розгляду частотновибіркових властивостей таких систем.

Аналіз виразу (39) свідчить, що взаємний вплив решітчастих структур слід розглядати як залежність від періоду сітки *b* та відстані між сітками *h* для провідників різної товщини.

Для системи з двох решіток паралельних проводів (рис. 4) з періодом *b*, відстань між якими становить *h* параметри решіток відповідають вимогам (28). У площині кожної решітки виконується умова безперервності дотичних складових напруженості електричного поля (рис. 6).

На систему з двох решіток паралельних проводів падає ЕМХ вигляду [7]:

$$E^{A} = E_{0} \exp(-ikK);$$

$$H^{A} = \left[kE^{A}\right]c / \omega\mu.$$
(40)

Для системи з двох решіток паралельних проводів електричне поле відбитої хвилі та хвилі, що пройшла мають такий вигляд [12]:

$$E^{B} = E_{1}^{B} + E_{2}^{B} = E_{01}^{B}e^{-ik_{1}K} + E_{02}^{B}e^{-ikRK};$$

$$E^{\text{np}} = E^{A} + E_{1}^{0} + E_{2}^{0} =$$

$$= e^{-i\varphi}E_{0}e^{-ikK} + E_{01}^{0}e^{-ikK} + e^{-i\varphi}E_{02}^{0}e^{-ikK}, \quad (41)$$

 $_{\text{de}} \phi = kh\cos\theta$



Рис. 6. Напруженості електричного поля для системи "решіток паралельних проводів"

У роботі [7] показано, що відбите електричне поле та поле, що пройшло через систему з двох решіток паралельних проводів (41), можна виразити через аналогічні поля однієї решітки:

$$\begin{split} E^{B} &= \xi_{B3} E^{B}_{od}; \\ E^{np} &= E^{A} e^{-i\phi} + \eta_{B3} E^{B}_{od} e^{-i\phi}, \end{split} \tag{42}$$

де ξ_{вз}, η_{вз} – коефіцієнти, що враховують взаємний вплив між сітками, при цьому:

$$\xi_{B3} = 1 - \frac{(\chi - \delta)\cos^2 \theta e^{-2i\phi}}{(1 + i\chi\cos\theta)^2 - (1 + i\delta\cos\theta)^2 e^{-2i\phi}};$$

$$\eta_{B3} = 1 + i(\chi - \delta)\cos\theta \frac{(1 + i\chi\cos\theta) - (1 + i\delta\cos\theta)e^{-i\phi}}{(1 + i\chi\cos\theta) - (1 + i\delta\cos\theta)e^{-i\phi}}.$$
(43)

$$(1+i\chi\cos\theta)^2 - (1+i\delta\cos\theta)^2 e^{-1}$$

Коефіцієнти відбиття та проходження системи з двох решіток паралельних проводів можна представити через коефіцієнти відбиття однієї сітки (29 – 32) [7]:

$$\begin{split} K_{\parallel}^{e} &= (K_{\parallel}^{h})_{0,\eta} \xi_{B3}; \ K_{\perp}^{e} = (K_{\perp}^{h})_{0,\eta} \xi_{B3}; \\ K_{\perp}^{e} &= (K_{\perp}^{h})_{0,\eta} \xi_{B3}; \ K_{\parallel}^{h} = (K_{\parallel}^{h})_{0,\eta} \xi_{B3}; \\ T_{\parallel}^{e} &= [1 - (K_{\parallel}^{e})_{0,\eta} \eta_{B3}] e^{-i\phi}; \ T_{\perp}^{e} = (K_{\perp}^{e})_{0,\eta} \eta_{B3} e^{-i\phi}; \\ T_{\perp}^{h} &= [1 + (K_{\perp}^{e})_{0,\eta} \eta_{B3}] e^{-i\phi}; \ T_{\parallel}^{h} = (K_{\parallel}^{h})_{0,\eta} \eta_{B3} e^{-i\phi}. \end{split}$$
(44)

Коефіцієнти ξ_{B3} , η_{B3} є функціями, що мають періодичний характер і показують резонансні властивості системи з двох решіток, що характеризує частотно-вибіркові властивості таких систем. Графік залежності модуля коефіцієнта відбиття від співвідношення відстані між сітками *h* та довжини хвилі λ_m наведено на рис.7 [7].



співвідношення відстані між решітками hта довжини хвилі λ_m .

У роботі [7] вирішена задача дифракції пласкої хвилі на подвійній решітці для випадку, коли вектор електричної складової ЕМХ, що падає паралельна провідникам, що також має місце для шарів БПГА. Для системи паралельних проводів, що розміщені на відстані h/2 від металевої поверхні, усереднені граничні умови (39) мають спрощений вид, а коефіцієнт відбиття може бути знайдений за допомогою методу дзеркального відбиття [7]:

$$K_{\perp}^{h} = (K_{\perp}^{h})_{0} \left[1 - \frac{(\chi - \delta_{0})^{2} \cos^{2} \theta e^{-i\psi}}{1 + i(\chi - \delta_{0}) \cos \theta e^{-i\psi}} \right].$$
(45)

Аналіз залежності коефіцієнтів відбиття та проходження від співвідношення відстані між решітками та довжини хвилі λ_m , свідчить, що ця залежність має періодичний характер з періодом 2π . Саме цей висновок впливає на вибір резонансних довжин хвиль та враховує взаємний вплив шарів під час конструктивного синтезу БПГА.

Конструктивний синтез БПГА передбачає побудову багатодіапазонної АС для засобу РмТЗ.

Вихідними даними для конструктивного синтезу БПГА є діапазони робочих частот засобу РмТЗ та параметри ширини ДС антени.

Під час конструктивного синтезу БПГА основними припущеннями є те, що використовуються принцип геометричної оптики під час проходження ЕМХ через транспарант АС та враховується їх однократне відбиття від елементів решітчастих структур.

Основними обмеженнями є те, що під час досліджень розглядається тільки антени дзеркального типу, які синтезується у вигляді пласкої антенної решітки.

Виходячи із загальних підходів теорії синтезу антен порядок конструктивного синтезу БПГА складається з чотирьох основних етапів.

Етап 1 – визначення предмету конструктивного синтезу БПГА на основі електродинамічної моделі багатошарового імпедансного тіла та аналіз конструктивних особливостей АС засобу РмТС.

Етап 2 – вибір резонансних довжин хвиль та розрахунок коефіцієнтів проходження ЕМХ у транспаранті БПГА на основі матричного методу визначення загальних коефіцієнтів відбиття та проходження ЕМХ та методу усереднених граничних умов.

Етап 3 – побудова конфігурацій решітчастих структур (поляризаційних голограм) для кожного шару БПГА за методом геометричної оптики відповідно до заданих технічних характеристик засобу РмТС. Етап 4 – визначення взаємного впливу шарів транспаранту з урахуванням частотно-вибіркових і резонансних властивостей решітчастих структур методом усереднених граничних умов та, за потреби, корегування конфігурації решіток для шарів БПГА та відстані між ними.

Основними рекомендаціями, що подальшого впровадження отриманих під час досліджень результатів є те, що на основі розробленої у подальшому методики конструктивного синтезу БПГА провести розрахунки й отримати конфігурацій решітчастих структур (поляризаційних голограм) на основі решіток напівхвильових вібраторів або решіток проводів для конкретних засобів радіолокації, радіозв'язку, радіомоніторингу телекомунікаційних систем, пасивних радіотехнічних засобів.

Висновки й перспективи подальших досліджень

Розроблена електродинамічна модель БПГА описується інтегральним рівнянням Фредгольма при виведенні першого роду, якого використовується інтегральне подання ЕМП, що створюється поверхневими струмами, які створюють первинне ЕМП та відповідають задачі дифракції ЕМХ на багатошаровому імпедансному тілі. У цьому тілі виділяється область, якій відповідає значення резонансної довжини хвилі та знаходиться ядро інтегрального рівняння як голографічне, що описує процес трансформації ЕМП, яке створюється опромінювачем в ЕМП, що створюється системою опромінювач-транспарант. У результаті отримано інтегральне рівняння для БПГА де основний член має резонансні властивості.

основі методу геометричної оптики Ha розглянуто процес розповсюдження ЕМХ через багатошарову решітчасту структуру та розроблено математичний метод, який дає змогу представити функцію трансформації ЕМП в матричному виді через матриці загальних коефіцієнтів відбиття та проходження ЕМХ з урахуванням матриць трансформації резонансного шару та нерезонансних шарів БПГА. У загальному випадку отримано вирази для матриць коефіцієнтів відбиття і проходження ЕМХ через плаский транспарант БПГА.

На основі методу усереднених граничних умов для систем решіток паралельних проводів, розміщених одна над одною та решітка паралельних проводів – пласка металева поверхня отримані вирази коефіцієнтів відбиття і проходження ЕМХ через транспарант БПГА, які залежать від співвідношення відстані між решітками та значення резонансної довжини ЕМП за періодичним законом, що характеризує частотно-вибіркові та резонансні властивості шарів БПГА.

У подальшому на основі розробленого математичного апарату, що описує процес розповсюдження ЕМХ через транспарант БПГА і запропонованого конструктивного порядку синтезу таких антен доцільно розробити відповідну методику, яка дасть змогу за заданими характеристиками побудувати технічними транспарант (відбивач) багатодіапазонної АС для засобу РмТС з конфігураціями (поляризаційними голограмами) шарів на основі решітчастих структур.

Modern Information Technologies in the Sphere of Security and Defence № 2(35)/2019 ISSN 2311-7249 (Print)/ISSN 2410-7336 (Online) 11

Література

1. Рембовский А. М. Радиомониторинг (задачи, методы, А. М. Рембовский, А. В. Ашихмин, средства) / В. А. Козьмин. – М. : Горячая линия-Телеком, 2006. -2. Замятин В. И. 492 c. Поляризационноголографические антенны: методы расчета и возможные конструкции В. И. Замятин Ю. А Гусак. // конструкции / В. И. замятин Ю. АТусак. // Радиоэлектроника –1996. – № 10. – С. 19–26. **З. Пат.** 46322 Україна МПК Н01Q15/00. Поляризационноголографическая антена / В. И. Замятин, Ю. А. Гусак (Україна); Україна); Харків. військ. універс. - № 2001064292; заявл. 20.06.2001, опубл. 15.05.2002, Бюл. № 21. 4. Проблеми антенной техники

[Д. И Воскресенський., Н. А Бей., Н.А Братчиков. и др.]; под ред. Л. Д. Бахрака. – М.: Радио и связь, 1989. – 386 с. 5. Каценеленбаум Б. З. Электродинамика антенн полупрозрачными поверхностями: Методы С конструктивного синтеза / Б. З. Каценеленбаум, Н. Н Войтович, Е. Н. Коршунова, – М.: Наука, 1989. – 176 с. **6. Ильинский А. С.** Математические модели электродинамики / А. С. Ильинский, В. В Кравцов, А. Г. Свешников - M.: Высш. шк., 1991, – 224 c. 7. Конторович М. И. сетчатых Электродинамика научное структур: издание; - М.: Радио и связь, - 1987. - 134 с.

КОНСТРУКТИВНЫЙ СИНТЕЗ МНОГОСЛОЙНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ АНТЕННЫ. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РЕАЛИЗАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИСЛЕДОВАНИЙ

Андрей Александрович Марченко¹

Юрий Аркадьевич Гусак (доктор военных наук, с.н.с)²

¹Институт специальной связи и защиты информации Национального технического университета Украины "Киевский политехнический институтимени Игоря Сикорского", Киев ²Центральный научно-исследовательский институт Вооруженных Сил Украины, Киев

Проведен анализ методов синтеза антенн на основе сетчатых структур. Проведена математическая формализация процесса распространения электромагнитных волн (ЕМВ) в многослойной поляризационно-голографической антенне (МПГА). Разработано электродинамическую модель МПГА. Разработано матричный метод определения общих коэффициентов отражения и прохождения ЕМВ через транспарант МПГА для функции трансформации первичного электромагнитного поля (ЕМП), созданное излучателем у вторичное ЕМП, созданное системой многослойный транспарант—излучатель. Определены коэффициенты отражения ЕМВ через транспарантов системой многослойный транспарант—излучатель. Определены коэффициенты отражения ЕМВ через транспарантов коэффициенты отражения СМВ через транспарантов излучателем у вторичное ЕМП, созданное системой многослойный транспарант—излучатель. Определены коэффициенты отражения ЕМВ через транспарантива. Спределены коэффициенты отражения СМВ через транспарантивали и прохожитивного поля (ЕМП), созданное излучателем у вторичное СМП, созданное системой многослойный транспарант-излучатель. Определены коэффициенты отражения СМВ через транспарантивного поля (ЕМП), созданное излучателем у вторичное СМП, созданное системой многослойный транспарант-излучатель. Определены коэффициенты отражения СМВ через транспарантивного излучатель и прохожитивного излучатель и прохожитивного излучатель.

Ключевые слова: многослойная поляризационно-голографическая антенна, электродинамическая модель МПГА, матричный метод определения коэффициентов отражения и прохождения электромагнитных волн, метод усредненных граничных условий, функция трансформации, резонансный слой, конструктивный синтез.

CONSTRUCTIVE SYNTHESIS MULTILAYER POLARIZATION HOLOGRAPHIC ANTENNA. RECOMMENDATIONS FOR IMPLEMENTATION OF RESEARCH RESULTS

Andriy Marchenko¹

Yuri Hysak (doctor of military sciences, sensor research fellow)²

¹Institute of special communication and information protection of the National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kiev ²Central Research Institute Armed Forces of Ukraine, Kiev

The analysis of methods of synthesis of antennas on the basis of lattice structures is carried out. Electrodynamic model of multilayer polarization-holographic antenna (MPHA) is developed. A matrix method for determining the general coefficients is developed of reflection and passing of electromagnetic waves (EMW) through a banner of a MPHA for the transformation function of the primary electromagnetic field (EMF) created by the illuminator in to secondary EMF which is created by system a multilayer banner-irradiator. Determined coefficients of reflection of EMW through the banner of a MPHA by the method of averaged boundary conditions. The order of constructive synthesis of MPHA is developed and recommendations for the implementation of research results are proposed.

Key words: multilayer polarization holographic antenna, electrodynamic model of MPHA, matrix method for determining the coefficients of reflection and passing of EMW, the method of averaged boundary conditions, function of transformation, resonant layer, constructive synthesis.

References

Rembovskiy A. M. Radiomonitoring (zadachi, metodyi, sredstva) / A. M. Rembovskiy, A. V. Ashihmin, V. A. Kozmin. – M. : Goryachaya liniya–Telekom, 2006. – 492 s.
 Zamyatin V. I. Polyarizatsionno-golograficheskie antennyi: metodyi rascheta i vozmozhnyie konstruktsii / V. I. Zamyatin Yu. A Gusak. // Radioelektronika –1996. – # 10. – S. 19–26. 3. Pat. 46322 UkraYina MPK N01Q15/00. Polyarizatsionno-golograficheskaya antena / V. I. Zamyatin, Yu. A. Gusak (UkraYina); HarkIv. vIysk. unIvers. – # 2001064292; zayavI. 20.06.2001, opubl. 15.05.2002, Byul. # 21. 4. Problemi antennoy tehniki / [D. I Voskresenskiy., N.

A Bey., N.A Bratchikov. i dr.]; pod red. L. D. Bahraka. – M. : Radio i svyaz, 1989. – 386 s. **5. Katsenelenbaum B. Z.** Elektrodinamika antenn s poluprozrachnyimi poverhnostyami: Metodyi konstruktivnogo sinteza / B. Z. Katsenelenbaum, N. N Voytovich, E. N. Korshunova, – M.: Nauka, 1989. – 176 s. **6. Ilinskiy A. S.** Matematicheskie modeli elektrodinamiki / A. S. Ilinskiy, V. V Kravtsov, A. G. Sveshnikov – M.: Vyissh. shk., 1991, – 224 s. **7. Kontorovich M. I.** Elektrodinamika setchatyih struktur: nauchnoe izdanie; – M.: Radio i svyaz, – 1987. – 134 s.