

*Азад Агалар оглы Байрамов (доктор физ.-мат. наук, профессор)<sup>1</sup>*

*Азиз Маиалла оглы Талыбов (кандидат технических наук)<sup>1</sup>*

*Адалат Бахтияр оглы Пашаев (кандидат физ.-мат. наук, с.н.с.)<sup>2</sup>*

*Эльхан Нариман оглы Сабзиев (кандидат физ.-мат. наук, с.н.с.)<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Военная Академия Вооруженных Сил, Баку, Азербайджанская Республика*

<sup>2</sup>*Институт Систем Управления Азербайджанской Национальной Академии Наук, Баку, Азербайджанская Республика*

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЛОГИСТИКИ ТЕХНИЧЕСКОГО СНАБЖЕНИЯ В ЗОНАХ ВОЕННЫХ ДЕЙСТВИЙ

Выбор маршрута для доставки грузов в назначенный пункт или пункты является актуальной задачей логистики. При рассмотрении данной проблемы была взята классическая постановка задачи выбора маршрута, сформулированная в виде задачи о коммивояжере. Логистика технического снабжения в зонах военных действий выдвигает особые требования в выборе оптимального маршрута. Эти требования связаны с более существенным влиянием потерь доставляемого груза в различных участках маршрута, в разбросе вероятности потерь по сравнению с мирным временем. Поэтому, задача нахождения такого маршрута следования через все пункты доставки, чтобы вероятность безопасной доставки была максимальной, является очень актуальной. Другой особенностью рассматриваемого случая является то, что грузы, доставляемые в пункты назначения, не равноценны, и потеря транспортного средства в пути следования из некоторого пункта доставки, влечет потерю всего оставшегося у него груза. В данной статье предлагается математическая модель логистики технического снабжения в зонах военных действий с целью обеспечения максимальной эффективности и безопасности доставки грузов в назначенные пункты. Сформулирована задача определения наиболее безопасного маршрута доставки груза. Получено выражение математического ожидания объема доставленного груза при выбранном маршруте. Предложено решение поставленной задачи.

**Ключевые слова:** логистика, безопасность; доставка грузов; оптимальный маршрут; назначенные пункты; математическое ожидание.

### Введение

Одной из важных задач логистики является выбор маршрута доставки грузов в назначенный пункт или пункты. От выбора маршрута зависит время доставки, безопасность груза, сохранность (в особенности для скоропортящихся продуктов питания). В конечном итоге, это влияет на эффективность грузоперевозок. Пунктов доставки может быть большое множество. Ветви маршрутов перевозок могут пересекаться и меняться в зависимости от заказов на поставку. Задача определения наиболее безопасного и эффективного выбора маршрута доставки является актуальной задачей логистики военного назначения.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Задаче выбора маршрутов перевозок посвящено множество научных работ [1;2;3]. Хорошо известна классическая постановка задачи выбора маршрута, сформулированной в виде задачи о коммивояжере [4;5;6]. В общих чертах задача о коммивояжере состоит из следующих условий:

- коммивояжер получает задание доставить груз в различные пункты;

- коммивояжер выезжает из исходного пункта и за максимально короткие сроки он должен вернуться обратно;

- имеются несколько пунктов, которые коммивояжер должен посетить минимум один раз (а может быть и несколько раз);

- предполагается что затраты или прибыль от преодоления расстояния между этими пунктами известны, и коммивояжер должен найти выгодный маршрут следования.

Многими автора исследованы различные варианты задачи о коммивояжере [1-6]. В этих работах решались задачи нахождения минимума или максимума общей длины траектории маршрута, в зависимости от специфики рассматриваемой проблемы. Решения этих задач приводил к использованию аппарата целочисленного программирования.

**Постановка проблемы.** В отличие от классической задачи коммивояжера, логистика технического снабжения в зонах военных действий выдвигает другие требования в выборе оптимального маршрута. Это требование связано с более существенным влиянием потери доставляемого груза в различных участках маршрута в разбросе вероятности по сравнению с

мирним временем. Поэтому ставится задача в отыскании такого маршрута следования через все пункты доставки, чтобы вероятность безопасной доставки была максимальной. Другой особенностью рассматриваемого случая является то, что грузы, доставляемые в пункты назначения, не равноценны и потеря транспортного средства в пути следования из некоторого пункта доставки влечет потерю всего оставшегося у него груза.

**Цель статьи.** В данной работе предлагается математическая модель задачи о коммивояжере, решение которой обеспечивает максимальную надежность (вероятность) технического снабжения в зонах военных действий. Очевидно, такая постановка задачи сильно отличается от классической задачи о коммивояжере и соответствующий функционал не будет линейным.

Следует отметить, что в данном случае может быть рассмотрен как замкнутый, так и не замкнутый маршрут транспортировки. Незамкнутый вариант задачи не требует, чтобы траектория движения (доставка груза) завершилась в исходном пункте.

### Изложение основного материала исследования

*Математическая модель логистики.*

Обозначим через  $m_i$  “объем” грузов, которые необходимо доставить в  $i$ -й пункт ( $i=1,2,\dots,N$ ), начиная с некоторого исходного  $i=0$  пункта с последующим возвращением в этот же пункт, где  $N$  общее число пунктов доставки. Под понятием “объема груза” может быть рассмотрен вес груза, его значимость, ценность и т.п. выраженные в подходящих мерах измерения.

Допустим, что грузы перевозятся автомобильным транспортом. Предполагается, что риск проезда между различными пунктами не одинаков, а вероятность  $p(i, j)$ , ( $i, j=0,1,2,\dots,N$ ,  $i \neq j$ ) безопасного проезда расстояния между  $i$ -м и  $j$ -м пунктами известны, при этом  $p(i, j) = p(j, i)$  для всех  $i, j$ .

Ставится задача в отыскании такого маршрута следования через все пункты доставки, чтобы вероятность безопасной доставки была максимальной.

Будем считать, что каждый выбираемый маршрут доставки может быть представлен как некоторая конечная последовательность номеров пунктов в виде  $\{i_1, \dots, i_N\}$ .

Отметим, что следование от пункта  $i_j$  к пункту  $i_{j+1}$  может быть осуществлено различными маршрутами и не исключается, что при этом маршрут физически может пройти через пункты, куда уже было осуществлена доставка груза. Таким образом, автомашины физически могут несколько раз посещать пункт  $i_j$ , однако последовательность  $\{i_1, \dots, i_N\}$  будет содержать

пункт  $i_j$  только тогда, когда, в этот пункт осуществляется доставка груза.

Обозначим через  $X_k(i_1, \dots, i_N)$  событие осуществления доставки грузов только до  $k$ -го пункта в последовательности  $\{i_1, \dots, i_N\}$ . Вероятность наступления события  $X_k(i_1, \dots, i_N)$  равно

$$P_k(i_1, \dots, i_N) = (1 - p(i_k, i_{k+1})) \prod_{j=1}^k p(i_{j-1}, i_j) \quad (1)$$

Очевидно, что события  $X_k(i_1, \dots, i_N)$  образуют полную группу взаимоисключающих возможных событий и нетрудно проверить, что

$$\sum_{k=1}^N P_k(i_1, \dots, i_N) = 1.$$

Задачу определения оптимальной доставки сформулируем следующим образом – найти такой маршрут, чтобы математическое ожидание объема доставленного груза была наибольшей.

Вычислим объем груза, который будет доставлен при наступлении события  $X_k(i_1, \dots, i_N)$ . Поскольку это событие предполагает доставку всех назначенных грузов по пунктам, то общее количество доставленного груза будет:

$$\sum_{j=1}^k m_{i,j}. \quad (2)$$

Сумма (2) может быть рассмотрена как случайная величина с вероятностью наступления (1). Следовательно, математическое ожидание объема доставленного груза при выбранном маршруте  $\{i_1, \dots, i_N\}$  будет равно:

$$M(i_1, \dots, i_N) = \sum_{k=1}^N \left[ P_k(i_1, \dots, i_N) \sum_{j=1}^k m_{i,j} \right] = \sum_{k=1}^N \left[ \{1 - p(i_k, i_{k+1})\} \prod_{j=1}^k p(i_{j-1}, i_j) \sum_{j=1}^k m_{i,j} \right]. \quad (3)$$

Обозначим через  $x_{i,j}$  переменную, которая принимает значение 1, если маршрут предполагает движение от пункта  $i$  к пункту  $j$  и значение 0, если нет движения между пунктами  $i$  и  $j$ . Индексом  $i_0=0$  обозначим исходный пункт маршрута. Составим последовательность

$$\{i_0, i_1, \dots, i_N\}. \quad (4)$$

представляющий выбранный маршрут. В терминах  $x_{i,j}$ , это означает, что  $x_{i,j}=1$ , если  $i$  и  $j$  две последовательные элементы (4), а в противном случае  $x_{i,j}=0$ .

Следуя классической постановке [6], относительно  $x_{i,j}$  можно написать следующие требования:

$$\sum_{i=0}^{N-1} x_{i,j} = 1, j = 1, 2, \dots, N. \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{i,j} = 1, i = 0, 2, \dots, N-1. \quad (6)$$

Условие (1) и (2) означают, что для доставки груза автотранспорт только один раз приезжает и выезжает в каждый пункт. Математическая формализация требует наложения на  $x_{i,j}$  еще одну группу ограничений:

$$y_i - y_j + N \cdot x_{i,j} \leq N-1, i \neq j, \quad (7)$$

где:  $y_i$  - произвольные целые положительные числа. Условие (7) обуславливает не появление не связанных между собой замкнутых подмаршрутов.

Таким образом, задачу поиска оптимального маршрута в терминах  $x_{i,j}$  можно сформулировать следующим образом: требуется найти такие положительные числа  $x_{i,j}$ , которые удовлетворяли бы условиям (4)-(6), и при которых функционал (3) достигал бы максимума.

Следует отметить, что сформулированная задача является задачей целочисленного

программирования и может быть решена, например, методом ветвей и границ [7, 8].

### Выводы и перспективы дальнейших исследований

Таким образом, разработана математическая модель логистики технического снабжения в зонах военных действий с целью обеспечения максимальной эффективности и безопасности доставки грузов в назначенные пункты. Получено выражение математического ожидания объема доставленного груза при выбранном маршруте. Сформулирована задача оптимального маршрута безопасной доставки грузов в прифронтовой зоне.

Предложено решение поставленной задачи. В принципе, она является задачей целочисленного программирования и, для конкретного случая на практике может быть решена методом ветвей и границ.

Данную модель будет применяться для оценки безопасных и оптимальных маршрутов доставки грузов в прифронтовой зоне Азербайджанской Республики.

### Литература

1. Черногор Л.Ф. 1. Алан Харрисон, Ремко ван Хоук. Управление логистикой: Разработка стратегий логистических операций. 2007, 368 с. <https://www.yakaboo.ua/logistics-management-and-strategy.html> 2. Смирнов И., Косарева Т. Транспортна логістика. Навчальний посібник. 2018, 224с. <https://www.yakaboo.ua/transportna-logistika-navchalnij-posibnik.html> 3. Введение в математическое моделирование транспортных потоков: учеб. пособие / Гасников А.В., Кленов С.Л., Нурминский Е.А., Холодов Я.А., Шамрай Н.Б.; Приложения: Бланк М.Л., Гасникова Е.В., Замятин А.А. и Малышев, В.А., Колесников А.В., Райгородский А.М.; Под ред. А.В. Гасникова. — М.:

МФТИ, 2010. 362 с. 4. Ермольев Ю.М., Ляшко И.И., Михалевич В.С., Тюптя В.И. Математические методы исследования операций. Киев: Высшая школа. Головное изд-во, 1972, 312 с. 5. Івченко І.Ю. Математичне програмування: Навчальний посібник. — К. : Центр учбової літератури, 2007, 232 с. 6. Зайченко Ю.П. Исследование операций: Учебное пособие для студентов вузов. Киев, Вище школа, Головное изд-во, 1979, 392 с. 7. Кутковецький В.Я. Дослідження операцій: Навчальний посібник. — Миколаїв: Вид-во МДГУ ім. П. Могили, 2003. 260 с. 8. Катренко А.В. Дослідження операцій: Підручник. — Львів: Магнолія Плюс, 2004.

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЛОГІСТИКИ ТЕХНІЧНОГО ПОСТАЧАННЯ В ЗОНАХ ВІЙСЬКОВИХ ДІЙ

*Азад Агалар огли Байрамов (доктор фіз.-мат. наук, професор)<sup>1</sup>*

*Азіз Машилла огли Талібов (кандидат технічних наук)<sup>1</sup>*

*Адалат Бахтияр огли Пашаев (кандидат фіз.-мат. наук, с.н.с.)<sup>2</sup>*

*Ельхан Нариман огли Сабзіев (кандидат фіз.-мат. наук, с.н.с.)<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Військова Академія Збройних Сил, Баку, Азербайджанська Республіка*

<sup>2</sup>*Інститут Систем Управління Азербайджанської Національної Академії Наук, Баку, Азербайджанська Республіка*

*Вибір маршруту для доставки вантажів в призначений пункт або пункти є актуальним завданням логістики. При розгляді даної проблеми була взята класична постановка задачі вибору маршруту, сформульована у вигляді задачі про комівояжера. Логістика технічного постачання в зонах військових дій висуває особливі вимоги у виборі оптимального маршруту. Ці вимоги пов'язані з більш істотним впливом втрат доставляється вантажу в різних ділянках маршруту, в розкид ймовірності втрат у порівнянні з мирним часом. Тому, завдання знаходження такого маршруту слідування через всі пункти доставки, щоб ймовірність безпечної доставки була максимальною, є дуже актуальною. Іншою особливістю розглянутого випадку є те, що вантажі, що доставляються в пункти призначення, не рівноцінні, і втрата транспортного засобу під час перевезення із деякого пункту доставки, спричиняє втрату всього, що залишився у нього вантажу. У даній статті пропонується математична модель логістики технічного постачання в зонах військових дій з метою забезпечення максимальної ефективності та безпеки доставки вантажів в призначені пункти. Сформульовано задачу визначення найбільш безпечного маршруту доставки вантажу. Отримано вираз математичного очікування обсягу доставленого вантажу при обраному маршруті. Запропоновано рішення поставленого завдання.*

*Ключові слова:* логістика; безпека; доставка вантажів; оптимальний маршрут; призначені пункти; математичне очікування.

## THE MATHEMATICAL MODEL OF TECHNICAL SUPPLY LOGISTICS IN THE WAR ACTIVITY ZONES

*Azad Agalar Bayramov (doctor of physical and mathematical sciences, professor)<sup>1</sup>*

*Aziz Mashalla Talibov (candidate of technical sciences, professor)<sup>1</sup>*

*Adalat Bakhtiyar Pashayev (candidate. of physical and mathematical sciences, s.s.r.)<sup>2</sup>*

*Elxan Nariman Sabziev (candidate. of physical and mathematical sciences, s.s.r.)<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Armed Forces War College, Baku, Azerbaijan Republic*

<sup>2</sup>*Institute of System Control of the Azerbaijan National Academy of Sciences, Baku, Azerbaijan Republic*

*The choice of route for cargo delivery to pointed place or places are urgent task of logistics. When consideration of this problem, the classical statement of route choice formulated as traveling salesman problem have been given. The logistics of technical supply in the war activity zones set up claims of choice of the optimal route. These claims are connected with more influence of delivered cargo loses in various tracts of the route on probabilities spread of the loses in comparison with peacetime. Therefore, there has been urgent the determination task of such route via all delivery points that the probability of delivery is maximum. The delivered cargo are not equivalent, and it is another future of considered task. The transport losses in the route between two points caused the losses of all remain loads. In the paper, the mathematical model of the logistics of technical supply in the war activity zones has been offered with aim to provide the maximum effectiveness and safety of delivery of cargo in appointed stations. The task of determination of the most safety path of the delivery of cargo has been formulated. The expression of mathematical expectation of the delivered cargo has been calculated for the selected path. The solution of given task has been offered.*

**Key words:** logistics; safety; delivery of cargo; optimal path; appointed stations; mathematical expectation.

### References

- 1. Alan Xarrison, Remco van Chouck** Logistics management: Development of strategies of logistics operations. 2007, 368 p. <https://www.yakaboo.ua/logistics-management-and-strategy.html>
- 2. Smirnov I., Kosareva T.** Transport logistics. Tutorial book. 2018, 224p. <https://www.yakaboo.ua/transportna-logistika-navchal-nij-posibnik.html>
- 3.** Introduction in mathematical modelling of transport fluencies: Tutorial book / Gasnikov A.V., Klenov S.L., Nurminski E.A., Xolodov Y.A., Shamray N.B.; Attachments: Blank M.L., Gasnikova E.V., Zamyatin A.A., Malishev V.A., Kolesnikov A.V., Raygorodski A.M; Ed. A.V. Gasnikova. — M.: MFTI, 2010. 362 p.
- 4. Ermolyev Yu.M., Lyashko I.I., Mixalevich V.S., Tyuptya V.I.** Mathematical methods of operation investigations. Kiev: High School. Head publishing house, 1972, 312p.
- 5. Ivchenko I.Yu.** Mathematical programming: Tutorial book. — K.: Tutorial Books Center, 2007, 232 p.
- 6. Zaychenko Yu.P.** Investigation of operation: Tutorial book. Kiev, High School, Head publishing house, 1979, 392 p.
- 7. Kutkovetski V.Ya.** Investigation of operations: Tutorial book. Mikolayev: MDGU after P.Mogili, 2003. 260 p.
- 8. Katrenko A.V.** Investigation of operations: Lvov: Magnoliya Plus, 2004.