

¹Альберт Николаевич Воронин (д-р техн. наук, профессор)

¹Юрий Кашафович Зиятдинов (д-р техн. наук, профессор)

²Александр Юрьевич Пермяков (д-р техн. наук, профессор)

²Игорь Давыдович Варламов (канд. техн. наук)

¹Национальный авиационный университет, Киев, Украина

²Национальный университет обороны Украины имени Ивана Черняховского, Киев, Украина

СИНТЕЗ КОМПРОМИССНО-ОПТИМАЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ МОБИЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ В КОНФЛИКТНОЙ СРЕДЕ

В работе рассматривается задача поиска оптимальных траекторий движущихся объектов в конфликтной среде, а также противоположная задача оптимизации размещения активных конфликтующих предметов. Конфликтная среда предполагает наличие как пассивных, так и активных составляющих.

При решении прямой задачи учитывается, что требования к траекториям мобильных объектов, движущихся в конфликтной среде, предопределяют характерную для многокритериальных задач неизбежность компромиссности решения. В связи с этим, задача синтеза оптимальной траектории движения в заданных условиях решается методом динамического программирования с критерием оптимальности, полученным как скалярная свертка по нелинейной схеме компромиссов. В обобщенный критерий входят три частных критерия: первый, количественно определяет степень опасности приближения к границам запретных зон, второй, характеризует длину перехода, третий, частный критерий определяет степень опасности приближения к чуждому движущемуся объекту.

Противоположная задача оптимизации размещения активных конфликтующих предметов предполагает, что движение мобильного объекта к целевой конечной точке максимально затруднено, а затраты средств на эксплуатацию системы минимизируются. Данная задача решается с помощью метода многокритериального динамического программирования. В соответствии с этим методом при определении оптимальной траектории движения мобильного объекта на каждом шаге решается функциональное уравнение Беллмана. При этом наилучшая структура размещения соответствует максимальному значению суммарных потерь. Оптимизация структуры размещения активных конфликтующих объектов в общем виде состоит в применении комбинации метода динамического программирования и метода дерева структур.

Ключевые слова: управление; многокритериальная оптимизация; вариационная задача; нелинейная схема компромиссов; интеллектуальный робот; потенциальная функция; конфликтующие объекты.

Введение

При поиске оптимальных траекторий движущихся объектов необходимо учитывать, что обычно объект находится под воздействием конфликтной среды. Под последним будем понимать совокупность расположенных в зоне поиска различных предметов (подвижных и неподвижных), приближение движущегося объекта к которым нежелательно. Предметы, составляющие конфликтную среду, будем называть конфликтующими. Термины “конфликтная”, “конфликтующие” введены в данном случае для того, чтобы подчеркнуть противоречивость требований, предъявляемых к траектории движения мобильного объекта в конфликтной среде. Так, искомая траектория должна характеризоваться наименьшей длиной пути, с одной стороны, и проходить как можно дальше от конфликтующих предметов, с другой. Таким образом, возникает необходимость поиска компромиссного решения.

Искомая траектория мобильного объекта, движущегося в конфликтной среде, должна по возможности удовлетворять следующим требованиям:

- характеризоваться наименьшей длиной пути;
- проходить как можно дальше от неподвижных конфликтующих предметов;
- обеспечивать как можно большее удаление от подвижных конфликтующих предметов.

Выражение “по возможности” не случайно, оно отражает характерную для многокритериальных задач неизбежность компромиссности решения.

Как правило, конфликтующая среда состоит из конфликтующих предметов, наличие которых в зоне поиска оптимальной траектории обусловлено причинами, не связанными с прохождением мобильного объекта через эту зону. Так, сложившаяся конфигурация границ берегов реки обусловлена естественными процессами в природе и не имеет отношения к мобильному объекту, хотя и накладывает на его траекторию определенные

требования. Конфликтующие предметы такого класса будем называть пассивными.

Однако иногда, при решении некоторых специфических задач синтеза компромиссно-оптимальных траекторий объекту приходится сталкиваться с конфликтующими предметами, которые искусственно устанавливаются в зоне поиска для того, чтобы максимально усложнить его продвижение к конечной целевой точке. Конфликтующие предметы этого класса будем называть активными.

Таким образом, для правильного решения задачи синтеза компромиссно-оптимальных траекторий объектов, движущихся в конфликтной среде, необходимо учитывать и количественно оценивать (на основании свойств конфликтующих предметов) влияние конфликтной среды на траекторию мобильного объекта.

Постановка проблемы. Многокритериальной задачей диспетчера назовем задачу оптимального в смысле векторного критерия $I = \{I_k(x, u, t)\}_{k=1}^s$

согласованного перевода p изображающих точек $x = \{x_j\}_{j=1}^p$ из начальных состояний

$x^{(0)} = \{x_j^{(0)}\}_{j=1}^p \in X$ в заданные конечные

состояния $x^{(k)} = \{x_j^{(k)}\}_{j=1}^p \in X$ или в заданные

терминальные области $x^{(k)} = \{x_j^{(k)}\}_{j=1}^p \subset X$ n -

мерного евклидова пространства при ограничениях, заданных векторным операторным неравенством $A(x, u, t) \leq 0$. Здесь $x \in X$ – вектор состояния; $u \in U$ – вектор управления, принадлежащий классу допустимых управлений U ; $t \in [t_0, T]$ – время.

Это наиболее общая (из рассматриваемых здесь) формулировка многокритериальной задачи диспетчера. Для классификации частных случаев и последующего конструктивного решения необходимо о каждой характеристике задачи сделать дополнительные частные предположения.

Так, когда аргументами векторного критерия I являются функции времени вектора состояния $x(t)$ и вектора управления $u(t)$, т.е. частные критерии $I_k[x(t), u(t), t], k \in [1, s]$ представляются функционалами, а операторное неравенство $A[x(t), u(t), t] \leq 0$ является векторным ограничением типа неголономных связей, то исследуемая задача становится вариационной многокритериальной задачей диспетчера. В такой постановке представляются динамические задачи согласованного управления несколькими объектами, задачи синтеза динамических многоконтурных и многосвязных систем управления.

Современные машинные алгоритмы решения вариационных задач являются дискретными. Решение одной сложной задачи сводится к решению последовательности более простых. Пространство состояний разбивается на районы, в пределах каждого из которых оптимальным является определенное управление, полагаемое неизменным. Общий метод разбиения некоторого пространства на области, каждой из которых соответствует один из нескольких признаков, был использован Дирихле, а наиболее яркое воплощение получил в работах Беллмана, разработавшего метод динамического программирования.

Анализ последних исследований и публикаций. Последние исследования и публикации, в которых рассматриваются задачи поиска компромиссно-оптимальных траекторий движущихся объектов и на которые опираются авторы, представлены фундаментальными работами [1-5]. Данные задачи представляют собой широкий класс многокритериальных задач, в которых частные критерии носят противоречивый характер. Критерий оптимальности в таких задачах может быть получен как скалярная свертка по нелинейной схеме компромиссов.

Не решенной частью общей проблемы, которой посвящается данная работа, являются вопросы учета влияния на движущиеся объекты конфликтной среды, состоящей как из пассивных, так и активных элементов. Кроме того, не решена в общем виде задача оптимизации размещения активных конфликтующих предметов для максимального затруднения движения мобильного объекта.

Цель работы. Решение многокритериальной задачи поиска компромиссно-оптимальных траекторий движущихся объектов в конфликтной среде, состоящей из пассивных и активных предметов. Также решение противоположной задачи оптимизации размещения активных конфликтующих предметов для максимального затруднения движения мобильного объекта к целевой конечной точке.

Изложение основного материала исследования

Метод решения. Интересующую нас область пространства состояний накроем n -арной сетью скважности $N^{(1)} \times N^{(2)} \times \dots \times N^{(n)}$ и будем считать, что изображающие точки могут перемещаться только из одного узла этой сети в другой. Заданные ограничения означают наличие запретных зон в пространстве состояний и выделяют подмножество $R \in S$ узлов множества n -арной сети, запрещенных к перемещению в них изображающих точек. Остальные $(S \setminus R) \in S$ узлов сети являются элементами допустимого множества.

Для ілюстрації рассмотрим простой пример многокритериальной синтеза оптимальной в смысле векторного критерия траектории движения мобильного объекта на плоскости (x, y) из заданной точки в заданную терминальную область при наличии запретных зон и условия движущегося встречного “чужого” объекта (рис. 1). Конкретнее, анализируется задача перемещения “своего” объекта из точки a с координатами $(y = 0, x = 0)$ в область, состоящую из двух допустимых точек, b^1 и b^2 , с координатами $(100; 60)$ и $(100; 70)$ соответственно. Запретных областей две. Одна находится слева от линии ef , другая – справа от линии gh . Кроме того, запретной является точка $l(80; 60)$, например, бакен, маяк, столб, яма, дерево и пр.

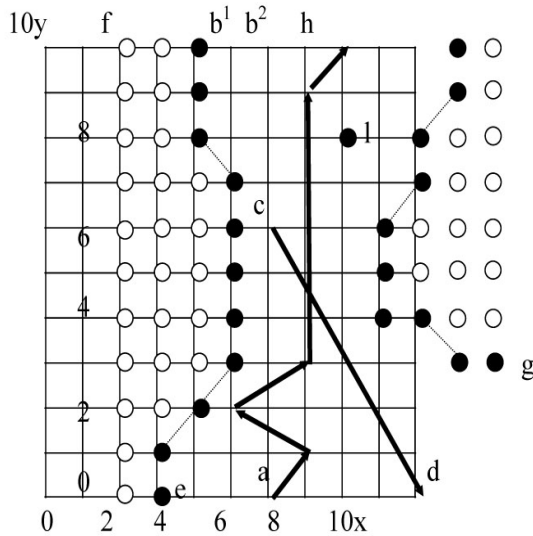


Рис. 1. Построение компромиссно-оптимальной траектории

Когда свой объект находится в точке a , то чужой – в точке c и начинает движение по прямолинейной траектории cd в точку d с координатами $(0; 80)$. Пусть скорости своего и чужого объектов равны и составляют $V_c = V_q = V = 10$ ед/час. Предельно допустимым расстоянием сближения является $R_{min} = 5$. В этих условиях интеллектуальный робот, управляющий движением своего объекта, должен синтезировать такую траекторию движения $a-b^1(b^2)$, чтобы она по возможности:

- проходила дальше от запретных зон;
- характеризовалась меньшей длиной пути;
- обеспечивала большее удаление от чужого объекта.

Для создания машинного образа плоскости (x, y) с запретными областями и

$$R_{j-1,i}^{j,m} = \sqrt{\left[x_i - x_{j-1} + (k_{x,j-1,i}^{j,m} - k_x) t \right]^2 + \left[y_{j-1} - y_{j-1} + (k_{y,j-1,i}^{j,m} - k_y) t \right]^2} \quad (3)$$

конфликтующими предметами среды в интеллектуальном роботе используем метод потенциальных функций. Интересующий нас участок плоскости (x, y) накроем сетью 10×10 и будем считать точками возможного нахождения своего объекта узлы этой сети. В узлах сети, находящихся в непосредственной близости от границ запретных зон ef и gh , а также в точке l , разместим (x^*, y^*) – точки-носители потенциала опасности (зачерненные кружки). Узлы сети, расположенные в запретных областях (слева от линии ef и справа от линии gh), обозначены светлыми кружками. Остальные узлы сети являются точками допустимой области.

В качестве потенциальной функции выберем функцию вида

$$P(\rho) = Ke^{-\alpha\rho}, \quad (1)$$

где $\rho = \sqrt{(x - x^*)^2 + (y - y^*)^2}$; α и K – положительные константы, выбираемые из условия разной степени опасности приближения к тем или иным ограничениям. В нашем примере для всех точек-носителей потенциальных функций (1) принято $\alpha = 0,1$ и $K = 1$.

Для каждой точки из допустимой области определим суммарный потенциал близости к ограничениям. Для нумерации допустимых точек примем следующий порядок. Первая цифра в индексе соответствует номеру сети по координате y , а вторая – по координате x . Например, выражение $P_{28} = 0,582$ означает, что точка с координатами $(20; 80)$ имеет суммарный потенциал опасности $0,582$.

Согласно расчетам, наибольший суммарный потенциал опасности $P_{77} = 1,603$ соответствует точке $(70; 70)$. Установим предельно допустимое значение суммарного потенциала близости к ограничениям $P_{max} = 1,7$. Условимся, что свой объект, находясь в одной из допустимых точек на $j-1$ -м уровне сети по координате y , может переходить только в одну из допустимых точек на j -м уровне. При этом выражение $l_{25}^{37} = 22$ означает, что длина перехода из точки $(20; 50)$ в точку $(30; 70)$ составляет 22. Длина перехода определяется по формуле

$$l_{j-1,i}^{j,m} = \sqrt{(x_m - x_i)^2 + (y_j - y_{j-1})^2}. \quad (2)$$

Расстояние между своим и чужим объектами при переходе с $j-1$ -го на j -й уровень является функцией времени и может быть представлено выражением

где x_i' и y_{j-1}' – координаты чужого объекта в момент времени $t=0$, когда свой объект характеризуется координатами $(x_i; y_{j-1})$, причем пришел в эту точку оптимальным образом;

$$k_x' = \frac{x^{(k)'} - x^{(0)'}}{\sqrt{(x^{(k)'} - x^{(0)'})^2 + (y^{(k)'} - y^{(0)'})^2}} V, k_y' = \frac{y^{(k)'} - y^{(0)'}}{\sqrt{(x^{(k)'} - x^{(0)'})^2 + (y^{(k)'} - y^{(0)'})^2}} V. \quad (5)$$

Имея в виду, что $x^{(k)'}=80$; $y^{(k)'}=0$; $x^{(0)'}=40$; $y^{(0)'}=60$, получаем $k_x'=5,55$; $k_y'=-8,32$.

Выражение для времени, через которое произойдет наибольшее сближение между своим и

$$t_{\min j-1,i}^{j,m} = \frac{(x_i' - x_i)(k_{x j-1,i}^{j,m} - k_x') + (y_{j-1}' - y_{j-1})(k_{y j-1,i}^{j,m} - k_y')}{(k_{x j-1,i}^{j,m} - k_x')^2 + (k_{y j-1,i}^{j,m} - k_y')^2}. \quad (6)$$

Возможны следующие варианты. Если $t_{\min j-1,i}^{j,m} < 0$, то объекты не сближаются, а расходятся.

В этом случае наименьшее расстояние находим путем подстановки в (3) аргумента $t=0$:

$$R_{\min j-1,i}^{j,m} = R(0). \quad (7)$$

Если $t_{\min j-1,i}^{j,m} > t_{j-1,i}^{j,m}$ (где $t_{j-1,i}^{j,m} = l_{j-1,i}^{j,m} / V$), то наибольшее сближение объектов произошло бы позже, если предположить, что объекты и после времени перехода $t_{\min j-1,i}^{j,m}$ двигались бы по тем же прямым. В этом случае в выражение (3) следует подставить $t_{\min j-1,i}^{j,m}$:

$$R_{\min j-1,i}^{j,m} = R(t_{j-1,i}^{j,m}). \quad (8)$$

И, наконец, если $t_{\min j-1,i}^{j,m} \in [0, t_{j-1,i}^{j,m}]$, то наименьшее расстояние определяем по формуле (3) при

$$R_{\min j-1,i}^{j,m} = R(t_{\min j-1,i}^{j,m}). \quad (9)$$

Осуществляя вычисления (4–9), получаем последовательно значения $R_{\min j-1,i}^{j,m}$ для всех возможных переходов. Однако критерий, оценивающий опасность от сближения объектов, должен минимизироваться. Чтобы это было так, выберем функцию $\psi = \psi(R_{\min})$, убывающую при возрастании расстояния R_{\min} . В целях единообразия выберем экспоненциальную функцию

$$\psi = \exp(0,1R_{\min}) \quad (10)$$

и для каждого возможного перехода получим последовательно численное значение функции $\psi_{j-1,i}^{j,m}$. При этом следует учесть, что применялось правило, в соответствии с которым после момента расхождения степень опасности независимо от расстояния принималась нулевой ($\psi_{j-1,i}^{j,m} = 0$).

Имея в виду, что предельно допустимое

$$k_{x j-1,i}^{j,m} = \frac{x_m - x_i}{l_{j-1,i}^{j,m}} V, k_{y j-1,i}^{j,m} = \frac{y_j - y_{j-1}}{l_{j-1,i}^{j,m}} V; \quad (4)$$

для чужого объекта в нашем примере справедливы выражения

$$k_x' = \frac{x^{(k)'} - x^{(0)'}}{\sqrt{(x^{(k)'} - x^{(0)'})^2 + (y^{(k)'} - y^{(0)'})^2}} V, k_y' = \frac{y^{(k)'} - y^{(0)'}}{\sqrt{(x^{(k)'} - x^{(0)'})^2 + (y^{(k)'} - y^{(0)'})^2}} V. \quad (5)$$

чужим объектами, получаем из условия $\partial R_{j-1,i}^{j,m}(t) / \partial t = 0$ и оно имеет вид

сближение объектов $R_{\min}=5$, по формуле (10) получаем $\psi_{\max}=0,6$.

Задачу синтеза оптимальной траектории движения в заданных условиях решаем методом динамического программирования с критерием оптимальности, полученным как скалярная свертка по нелинейной схеме компромиссов. В соответствии с методологией динамического программирования построение оптимальной траектории рассматривается как последовательность переходов из начальной точки а на нулевом уровне сети на первый уровень по координате y , с первого на второй, и так до целевого множества (b^1, b^2) на терминальном уровне. При этом для определения оптимального пути в каждую m -ю допустимую точку по координате x_j -го уровня по y на каждом шаге решается функциональное уравнение Беллмана

$$\Phi(j, m) = \min_{i \in I_{j-1}} [\Delta \Phi_{j-1,i}^{j,m} + \Phi(j-1, i)], j \in [1, J], \quad (11)$$

с граничным условием $\Phi(0, s)=0$, где J – количество уровней перехода по координате y на сети (в нашем примере $J=10$); I_{j-1} – количество допустимых точек на $j-1$ -м уровне сети; s – номер начальной точки по координате x на нулевом уровне сети (в нашем примере $s=4$); $\Phi(j, m)$ – суммарные потери по обобщенному критерию при оптимальном переходе из начальной точки $(0, s)$ в точку (j, m) сети; $\Delta \Phi_{j-1,i}^{j,m}$ – приращение обобщенного критерия при переходе из точки $(j-1, i)$ в точку (j, m) сети.

В обобщенный критерий входят три частных критерия. Первый количественно определяет степень опасности приближения к границам запретных зон и представляется для каждого перехода из любой точки в точку (j, m) сети значением суммарной потенциальной функции $P_{j,m}$. Второй характеризует длину перехода из точки $(j-1, i)$ в точку (j, m) сети (2) и имеет вид $l_{j-1,i}^{j,m}$. Третий частный критерий определяет степень опасности приближения к чужому

движущемуся объекту во время перехода из точки (j-1,i) в точку (j,m) сети.

Структура обобщенного критерия строится в соответствии с методологией нелинейной схемы компромиссов и для данного случая определяется выражением

$$\Delta\Phi_{j-1,i}^{j,m} = \frac{P_{\max}}{P_{\max} - P_{j,m}} + \frac{l_{\max}}{l_{\max} - l_{j-1,i}^{j,m}} + \frac{\Psi_{\max}}{\Psi_{\max} - \Psi_{j-1,i}^{j,m}}. \quad (12)$$

Решая на каждом шаге функциональное уравнение Беллмана (11) с учетом (12), получаем для каждой точки (j,m) количественное значение суммарных потерь по обобщенному критерию $\Phi(j,m)$ при условии, что свой объект попал в точку (j,m) из начальной точки (0,s) оптимальным в смысле обобщенного критерия (12) образом. Одновременно фиксируется аргумент функционального уравнения – номер $i_{\text{опт}}^{j-1}$ точки на предыдущем уровне j-1, из которой должен выйти свой объект при оптимальном движении.

Таким образом, у каждой допустимой точки существуют два параметра: значение $\Phi(j,m)$ и номер (j-1, $i_{\text{опт}}^{j-1}$). Когда на сети сделан последний шаг (в нашем примере он привел в точку (10;6) терминального множества), то определяются суммарные за весь путь потери по обобщенному критерию (в нашем примере $\Phi(10;6)=40.08$) и одновременно последовательность точек (J-1, $i_{\text{опт}}^{J-1}$), (J-2, $i_{\text{опт}}^{J-2}$), (J-3, $i_{\text{опт}}^{J-3}$),..., (0,s), обращая которую получаем оптимальную траекторию движения. В нашем примере эта траектория определяется последовательностью точек (04)-(15)-(23)-(35)-(45)-(55)-(65)-(75)-(85)-(95)-(10;6). Другие сложные случаи движения двух и трех изображающих точек рассмотрены в работе [6].

Задача оптимизации размещения активных конфликтующих предметов. На практике часто приходится решать задачи, прямо противоположные описанной выше. А именно, необходимо определить такую структуру размещения активных конфликтующих предметов, при которой движение мобильного объекта к целевой конечной точке максимально затруднено. Иначе говоря, необходимо оптимизировать размещение активных конфликтующих предметов. Задачи данного класса также могут быть решены с помощью метода многокритериального динамического программирования.

В соответствии с этим методом, как говорилось выше, при определении оптимальной траектории движения мобильного объекта на каждом шаге решается функциональное уравнение Беллмана (11). Решение указанного уравнения на последнем шаге дает значение суммарных потерь по обобщенному критерию оптимальности при переходе из начальной точки в конечную целевую точку. Мерой эффективности размещения активных конфликтующих предметов могут служить суммарные потери по обобщенному критерию оптимальности $\Phi(j, m)$. Очевидно, что в

данной задаче наилучшая структура размещения соответствует максимальному значению суммарных потерь.

Необходимо отметить, что изложенный подход позволяет лишь выбрать наилучший вариант из предложенных. Оптимизация структуры размещения активных конфликтующих объектов в общем виде – достаточно сложная задача и требует дальнейших исследований.

Один из возможных подходов к решению этой задачи состоит в применении комбинации метода динамического программирования и метода дерева структур.

Содержательная постановка задачи. В n – мерном евклидовом пространстве из начальной точки “Н” в конечную “К” перемещается изображающая точка (“мобильный объект”). В интересующей нас области пространства расположены m точек (“конфликтные предметы”), приближение к которым опасно для мобильного объекта. Назначение конфликтных предметов состоит в том, чтобы затруднять процесс перемещения мобильного объекта. Координаты точек “Н” и “К”, а также конфликтных предметов будем считать заданными. Совокупность конфликтных предметов составляет активную конфликтную среду. Каждый из элементов активной конфликтной среды может находиться в одном из двух состояний: “включен” или “выключен”. Находясь в выключенном состоянии, конфликтный предмет перестает создавать препятствия для перемещения мобильного объекта, но и не требует затрат средств для эксплуатации.

Ставится задача: найти такую структуру активной конфликтной среды (комбинацию включенных и выключенных конфликтных предметов), которая, с одной стороны, максимально затрудняет процесс перемещения мобильного объекта, а с другой стороны, минимизирует затраты средств на эксплуатацию системы.

Формализация. Поскольку содержательная постановка задачи предусматривает удовлетворение противоречивых требований, то данная задача должна быть поставлена и решена как многокритериальная (векторная) [1,2]. На дискретном множестве элементов активной конфликтной среды существуют отношения, связывающие варианты искомой структуры с критериями, количественно выражающими приведенные противоречивые требования. Пусть, для определенности, оба критерия подлежат минимизации.

Первый критерий отражает качество траектории мобильного объекта, определяемой как оптимальная для заданного варианта структуры. Критерий рассчитывается как обратная величина суммарных траекторных потерь. Задача определения первого критерия сама по себе является многокритериальной и решается векторным методом динамического программирования.

Структура обобщенного критерия строится в соответствии с методологией нелинейной схемы компромиссов и определяется выражением

$$\Delta\Phi_{j-1,i}^{j,m} = \frac{P_{\max}}{P_{\max} - P_{j,m}} + \frac{l_{\max}}{l_{\max} - l_{j-1,i}^{j,m}}, \quad (13)$$

где $P_{j,m}$ – величина, служащая для количественной оценки опасности приближения мобильного объекта к конфликтным предметам; $l_{j-1,i}^{j,m}$ – длина перехода.

Для количественной оценки опасности приближения мобильного объекта к конфликтным предметам используется метод потенциальных функций. В качестве потенциальной функции выбрана функция следующего вида

$$P(\rho) = Ke^{-\alpha\rho}, \quad (14)$$

где $\rho = \sqrt{(x - x^*)^2 + (y - y^*)^2}$; (x^*, y^*) – координаты активных конфликтных предметов; (x, y) – координаты мобильного объекта; α и K – положительные коэффициенты, определяющие степень опасности приближения мобильного объекта к тем или иным конфликтным предметам и отражающие их технические характеристики (могут определяться методами экспертных оценок). Далее для каждой точки из допустимой области определяется суммарный потенциал близости к активным конфликтным предметам.

Длина перехода определяется по формуле

$$l_{j-1,i}^{j,m} = \sqrt{(x_m - x_i)^2 + (y_j - y_{j-1})^2}, \quad (15)$$

где (x_i, y_{j-1}) – координаты мобильного объекта на $j-1$ -м уровне сети; (x_m, y_j) – координаты допустимой точки на j -м уровне сети.

Второй критерий определяется как стоимость эксплуатации текущей структуры активной конфликтной среды (сумма стоимостей эксплуатации всех включенных конфликтных предметов). Будем полагать, что стоимости эксплуатации каждого активного конфликтного предмета априори известны из опыта эксплуатации.

Целевую функцию для оптимизации структуры активной конфликтной среды определим как скалярную свертку частных критериев по нелинейной схеме компромиссов [9.11]:

$$\Phi_i = \frac{f_{\max}}{f_{\max} - f_i} + \frac{S_{\max}}{S_{\max} - S_i}, \quad i \in [1, 2^m], \quad (16)$$

где f_{\max} – величина, обратная значению суммарных траекторных потерь при минимально допустимом количестве включенных конфликтных предметов; f_i – величина, обратная значению суммарных траекторных потерь для i -ой структуры конфликтной среды; S_{\max} – сумма стоимостей эксплуатации всех конфликтных предметов; S_i – стоимость эксплуатации i -ой структуры конфликтной среды.

Тогда математическая постановка задачи может быть сформулирована так: при заданных условиях (13)–(16) найти

$$i^* = \arg \inf_{i \in [1, 2^m]} \Phi_i, \quad (17)$$

Метод решения. Из выражения (17) видно, что поставленная задача относится к классу задач дискретного (целочисленного) программирования. Решение таких задач достаточно сложно и до сих пор зависит, скорее, от искусства исследователя.

Мы предлагаем формализованный метод решения задачи (17), называемый нами методом синтеза дерева структур. Каждому предмету конфликтной среды присваивается номер от 1 до m . При этом каждый возможный вариант решения задачи будет определяться комбинацией порядковых номеров конфликтных предметов, которые находятся в отключенном состоянии в данном варианте. Случай, когда все конфликтные предметы находятся во включенном состоянии, соответствующий корню дерева структур будем обозначать “0”.

Совокупность возможных решений данной задачи представляет собой некоторое дискретное множество, внутри которого можно выделить ряд вложенных подмножеств на каждом “этаже” дерева решений. Будем считать, что структуры конфликтной среды образуют подмножество V_i на первом “этаже” дерева решений, если в каждой из этих структур конфликтный предмет с номером i находится в состоянии “выключен”. Соответственно на втором “этаже” дерева решений можно сформировать подмножества V_{ij} из числа структур, в которых в отключенном состоянии находятся конфликтные предметы с номерами i, j и т.д. Так, например, в дискретном множестве решений, образуемом m конфликтными предметами можно выделить на первом “этаже” дерева решений m подмножеств. В подмножество V_i будут входить все структуры, в которых конфликтный предмет с номером 1 находится в отключенном состоянии. В подмножество V_2 будут входить все структуры, в которых конфликтный предмет с номером 2 находится в отключенном состоянии и т.д. Иными словами подмножество V_i может быть получено путем ветвления структуры i посредством последовательного отключения конфликтных предметов с отличными от i номерами. То есть структура i как бы определяет подмножество решений, которое может быть получено при ее ветвлении.

Содержательная сущность предлагаемого метода состоит в том, что на каждой итерации в первую очередь осуществляется ветвление (разбиение на подмножества) наиболее перспективных из рассмотренных структур за счет их ранжирования по величине целевой функции. Данный подход позволяет в случае

ограниченности временных ресурсов остановить расчет в любой момент времени. При этом полученная структура необязательно будет оптимальной, но, по крайней мере, лучшей из рассмотренных вариантов. Если на время счета не накладывается никаких ограничений, то алгоритм метода сводится к полному перебору всех вариантов.

Необходимо отметить, что полученные в процессе ветвления подмножества будут пересекающимися (например, все структуры в которых конфликтные предметы с номерами 1 и 2 одновременно находятся в отключенном состоянии, будут принадлежать как подмножеству V_1 , так и подмножеству V_2). Это приводит на последующих итерациях к появлению повторяющихся решений. Для предотвращения появления в процессе решения задачи повторяющихся решений (структур) предлагается следующий подход. Структуру “i, j” принадлежащую одновременно подмножеству V_i (полученному путем ветвления структуры i) и подмножеству V_j (полученному путем ветвления структуры j) относим только к подмножеству V_i , если значение целевой функции для структуры i меньше чем значение целевой функции для структуры j, или только к подмножеству V_j , если значение целевой функции для структуры j меньше чем значение целевой функции для структуры i.

Рассмотрим случай, когда конфликтная среда состоит из двух конфликтных объектов (рис. 2).

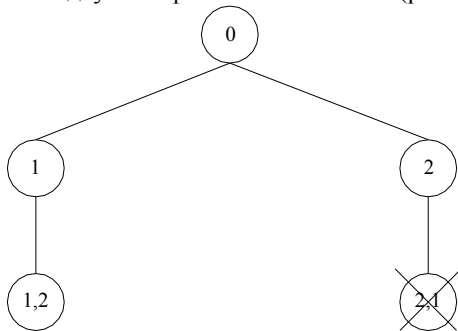


Рис. 2. Конфликтная среда состоящая из двух конфликтных объектов

Осуществляя ветвление исходной структуры (оба конфликтных предмета включены) получим структуры “1” и “2”, определяющие соответствующие подмножества решений. Пусть значение целевой функции у структуры “1” меньше чем у “2”. Следовательно, в соответствии с предлагаемым методом на следующей итерации осуществляется ветвление структуры “1”. При этом получим структуру “1, 2”. А, осуществляя ветвление структуры “2” получаем структуру “2, 1”. Из физического смысла поставленной задачи видно что, в отличие от задачи “коммивояжера” где обратные переходы не обязательно тождественны, в нашем случае происходит повторное рассмотрение одного и того же

решения, входящего в оба подмножества. В соответствии с описанным подходом эта структура должна быть отнесена к подмножеству решений, образуемому структурой “1”. Осуществляется это посредством следующего алгоритмического приема. При ветвлении рассматриваемой структуры в списке ранжирования просматриваются все структуры, которые получены на одной с ней итерации. Фактически эта процедура сводится к поиску структур, в которых все номера отключенных конфликтных предметов кроме последнего совпадают с номерами в рассматриваемой структуре.

Несовпадающие номера конфликтных предметов у найденных в списке ранжирования описанным выше способом структур запоминаются. Ветвление рассматриваемой структуры производится путем последовательного отключения конфликтных предметов с полученными номерами. Применительно к нашему примеру это выглядит следующим образом. Осуществляется ветвление исходной структуры “0”. Полученные структуры “1” и “2” заносятся в список ранжирования. Далее осуществляется ветвление структуры “1” как лучшей в списке ранжирования. Так как единственной структурой полученной на одной итерации со структурой “1” является структура “2” номер последнего (и единственного) конфликтного предмета запоминается. Ветвление структуры “1” осуществляется путем отключения конфликтного предмета с номером 2. Полученную структуру “1, 2” заношим в список ранжирования, а структуру “1” вычеркиваем из него как уже рассмотренную.

Теперь ветвление структуры “2” невозможно, так как в списке ранжирования нет структур, полученных на одной с ней итерации. Следовательно, структура “1, 2” не повторяется.

Таким образом, алгоритм метода синтеза дерева структур будет представлять собой последовательность следующих операций.

1-й шаг. Определяется значение обобщенного критерия оптимальности исходной структуры (все конфликтные объекты включены). Полученное значение и исходная структура вносятся в список ранжирования. Исходная структура запоминается как оптимальная.

2-й шаг. В исходной структуре последовательно отключается по одному конфликтному предмету, и определяются значения обобщенного критерия оптимальности для каждой полученной таким образом структуры. Полученные значения и соответствующие им структуры вносятся в список ранжирования, а исходная структура исключается из него. Все значения в списке ранжируются по возрастанию.

Если наименьшее значение обобщенного критерия оптимальности в списке ранжирования меньше значения обобщенного критерия исходной структуры, то структура, соответствующая данному значению критерия запоминается как оптимальная. k-й шаг. Наилучшая структура из списка ранжирования, полученная на (k-1)-ом

шаге, разбивается на подмножества путем последовательного отключения одного из конфликтных объектов (в соответствии с описанным выше алгоритмическим приемом) и для каждой полученной структуры определяется обобщенный критерий оптимальности. Наилучшая структура, полученная на $(k-1)$ -ом шаге исключается из списка ранжирования, а структуры, полученные на k -ом шаге вносятся в него. Все структуры в списке ранжируются по возрастанию. Если наилучшая структура в списке ранжирования имеет значение обобщенного критерия оптимальности меньше чем оптимальная структура, то эту структуру запоминаем как оптимальную.

$(k+1)$ -й шаг. k -й шаг повторяется до тех пор, пока не будет выполнено одно из двух условий:

время счета превысило отведенное на расчет время;

просмотрены все возможные комбинации (т.е. выполнен полный перебор).

Рассмотрим работу алгоритма на примере.

Пример. Для простоты иллюстрации рассмотрим случай когда в двухмерном евклидовом пространстве расположено пять активных конфликтных предметов, мобильный объект движется из начальной точки "Н" в конечную "К" (рис. 3). Необходимо синтезировать оптимальную структуру конфликтной среды, отвечающую следующим противоречивым требованиям:

конфликтная среда должна максимально затруднять движение мобильного объекта к конечной точке.

обеспечивать минимум затрат на эксплуатацию.

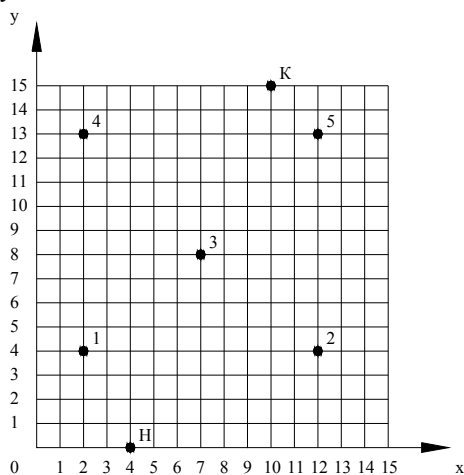


Рис. 3. Пространство с пятью активными конфликтными объектами

На первой итерации рассматривается исходная структура (все конфликтные предметы включены). Исходная структура (и соответствующее ей значение обобщенного критерия оптимальности) запоминается как оптимальная на данном этапе и заносится в список ранжирования.

На второй итерации исходная структура раскрывается путем последовательного

отключения каждого из пяти конфликтных предметов. Получаем пять структур, в каждой из которых выключено по одному конфликтному предмету. Для полученных структур рассчитываются значения обобщенного критерия оптимальности. Полученные структуры вносятся в список ранжирования, а исходная структура исключается из него как уже рассмотренная. Выполняется ранжирование всех структур в списке. Учитывая, что значение обобщенного критерия оптимальности для наилучшей структуры в списке ранжирования (с отключенным конфликтным предметом №5) меньше чем оптимальное, полученное на предыдущей итерации, структуру "5" запоминаем как оптимальную.

На третьей итерации осуществляется ветвление структуры "5" как наилучшей в списке ранжирования на данный момент (в соответствии с изложенным выше приемом). На одной итерации со структурой "5" были получены структуры "1", "2", "3", "4". Все эти структуры на данный момент находятся в списке ранжирования. Следовательно, ветвление структуры "5" осуществляется путем последовательного отключения конфликтных предметов с номерами 1, 2, 3, 4. Получаем структуры "5,1", "5,2", "5,3", "5,4". Для полученных структур рассчитываются значения обобщенного критерия оптимальности. Полученные структуры вносятся в список ранжирования, а исходная структура исключается из него как уже рассмотренная. Выполняется ранжирование всех структур в списке. Учитывая, что значение обобщенного критерия оптимальности для наилучшей структуры в списке ранжирования "51" меньше чем оптимальное, полученное на предыдущей итерации, структуру "51" запоминаем как оптимальную.

Последующие итерации выполняются аналогично. Структура, полученная на пятой итерации, является оптимальной, так как остальные шаги, не приведенные в данной статье, не дали улучшения обобщенного критерия оптимальности. При этом необходимо подчеркнуть, что при проведении вычислительного эксперимента не накладывались ограничения на время поиска, то есть были рассмотрены все возможные комбинации.

На рис. 4 приведен график, показывающий изменение значения обобщенного критерия оптимальности для наилучшей структуры на каждом шаге. Из рисунка видно, что задача синтеза дискретных множеств, в общем случае, является многоэкстремальной, что обуславливает необходимость (если позволяет время) просматривать все 2^m комбинаций. Тем не менее, применение принципа рассмотрения в первую очередь наиболее перспективных структур позволяет с высокой степенью уверенности говорить о том, что для большинства задач глобальный экстремум будет получен за количество итераций меньше, чем требуется для полного перебора.

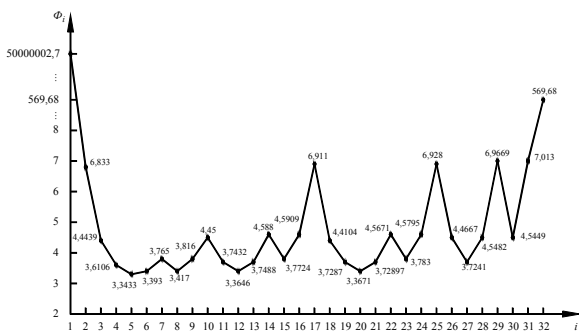


Рис. 4. Графік зміни значення критерію оптимальності

Так в приведеному прикладі оптимальне рішення знайдено за п'ять ітерацій, в той час як для повного перебору потрібно 32 ітерації. Навіть при перегляді обмеженої кількості структур отримане рішення буде:

во-перших, найкращим з переглянутих структур;

во-других, достатньо близьким до реального оптимуму.

Метод синтезу дерева структур може бути використаний для рішення задач оптимізації розміщення різного роду заграджень.

Висновки та перспективи подальших досліджень

Задача синтезу компромісно-оптимальної траєкторії руху мобільних об'єктів в конфліктній середовищі, що складається з пасивних і

активних елементів, вирішується методом динамічного програмування з критерієм оптимальності, отриманим як скалярна свертка по нелінійній схемі компромісів. В загальний критерій входять три частинні критерії: перший кількісно визначає ступінь небезпеки наближення до меж заборонених зон, другий характеризує довжину переходу, третій частинний критерій визначає ступінь небезпеки наближення до чужого рухомого об'єкта.

Задача оптимізації розміщення активних конфліктуючих предметів вирішується з допомогою методу багатокритеріального динамічного програмування. В відповідності з цим методом при визначенні оптимальної траєкторії руху мобільного об'єкта на кожному кроці вирішується функціональне рівняння Беллмана. При цьому найкраща структура розміщення відповідає максимальній сумарній втраті. Оптимізація структури розміщення активних конфліктуючих об'єктів в загальному вигляді складається з застосування комбінації методу динамічного програмування та методу дерева структур.

Перспективи подальших досліджень складаються в розробці загальних методів оптимізації ієрархічних структур розміщення активних конфліктуючих об'єктів.

Література

1. Voronin A. Multicriteria Decision-Making. Systemic Ahhroach / A. Voronin. – Lambert Academic Publishing, 2014. – 139 p. 2. Voronin A. Theory and Practice of Multicriteria Decisions: Models, Methods, Realization / A. Voronin, Y. Ziatdinov. – Lambert Academic Publishing, 2013. – 305 p. 3. Voronin A.M. Multicriteria optimization of dynamic control systems // Modern Information Technologies in the Sphere of Security and Defence / Voronin A.M., Ziatdinov Y.K., Permiakov Y.O.,

Varlamov I.D. – 2014. – № 2 (20). pp. 38–48. 4. Saaty T.L. Multicriteria Decision Making: The Analytical Hierarchy Process. – N.Y.: McGraw-Hill, 1990. – 380 p. 5. Voronin A.N. A nonlinear trade-off scheme in multicriteria evaluation and optimization problems // Kibernetika i Sistemnyi Analiz. – 2009. – № 4. pp. 106–114. 6. Воронин А. Н. Многокритеріальна задача диспетчера // Автоматика / А.Н. Воронин, В.В. Павлов. – 1986. – № 5. – С. 48–53.

СИНТЕЗ КОМПРОМІСНО-ОПТИМАЛЬНИХ ТРАЄКТОРІЙ МОБІЛЬНИХ ОБ'ЄКТІВ У КОНФЛІКТНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

¹Альберт Миколайович Воронін (д-р техн. наук, професор)

¹Юрій Кашафович Зіатдінов (д-р техн. наук, професор)

²Олександр Юрійович Пермяков (д-р техн. наук, професор)

²Ігор Давидович Варламов (канд. техн. наук)

¹Національний авіаційний університет, Київ, Україна

²Національний університет оборони України імені Івана Черняховського, Київ, Україна

У роботі розглядається задача пошуку оптимальних траєкторій руху об'єктів в конфліктному середовищі, а також протилежна задача оптимізації розміщення активних конфліктуючих предметів. Конфліктна середовище припускає наявність як пасивних, так і активних складових.

При вирішенні прямої задачі враховується, що вимоги до траєкторій мобільних об'єктів, що рухаються в конфліктному середовищі, зумовлюють характерну для багатокритеріальних задач неминучість компромісності рішення. У зв'язку з цим, завдання синтезу оптимальної траєкторії руху в заданих умовах вирішується методом динамічного програмування з критерієм оптимальності, отриманим як скалярна згортка за нелінійною схемою компромісів. В узагальненій критерії входять три часткових критерія: перший кількісно визначає ступінь небезпеки наближення до кордонів

заборонених зон, другий характеризує довжину переходу, третій частковий критерій визначає ступінь небезпеки наближення до чужого рухомого об'єкту.

Протилежна задача оптимізації розміщення активних конфліктуючих предметів припускає, що рух мобільного об'єкта до цільової кінцевої точки максимально ускладнено, а витрати коштів на експлуатацію системи мінімізуються. Дана задача вирішується за допомогою методу багатокритеріального динамічного програмування. У відповідності з цим методом при визначенні оптимальної траєкторії руху мобільного об'єкта на кожному кроці вирішується функціональне рівняння Беллмана. При цьому, найкраща структура розміщення відповідає максимальному значенню сумарних втрат. Оптимізація структури розміщення активних конфліктуючих об'єктів в загальному вигляді полягає в застосуванні комбінації методу динамічного програмування і методу дерева структур.

Ключові слова: управління; багатокритеріальна оптимізація; варіаційна задача; нелінійна схема компромісів; інтелектуальний робот; потенційна функція; конфліктуючі об'єкти.

SYNTHESIS OF MOBILE OBJECTS COMPROMISABLE OPTIMAL TRAJECTORIES IN THE CONFLICT ENVIRONMENT

¹Albert M. Voronin (Doctor of Technical Sciences, Professor)

¹Yurii K. Ziatdinov (Doctor of Technical Sciences, Professor)

²Oleksandr Y. Permiakov (Doctor of Technical Sciences, Professor)

²Ihor D. Varlamov (Candidate of Technical Sciences)

¹National Aviation University, Kyiv, Ukraine

²National Defence University of Ukraine named after Ivan Cherniakhovsky, Kyiv, Ukraine

This paper presents the problem of moving objects optimal trajectories in the conflict environment, as well as the opposite problem of optimizing the placement of the active conflicting objects. Conflict environment implies both passive and active components.

In solving the direct problem is taken into account that the requirements to the mobile moving objects trajectories in a conflict environment, determine characteristic for multicriteria problems inevitability of compromise solutions. In this regard, the problem of optimal movement trajectory synthesis under given conditions is solved by the dynamic programming method with optimality criterion obtained by as nonlinear compromise scheme scalar convolution. The generalized criterion consists of three particular criteria: the first defines the approach safety degree to the restricted zones borders, the second characterizes the transfer length, the third partial criterion defines the approach safety degree to the alien moving object.

The opposite optimization problem of active conflict subjects placement suggests that the mobile object motion to the target endpoint is maximum hampered, and the cost spending for system operation is minimized. This problem is solved by the multi-criteria method of dynamic programming. In accordance with this method when determining the mobile object optimal motion trajectory the on each step the functional Bellman equation is solved. In this case, the best placing structure corresponds to the maximum value of the total expenditure. The structure optimization of placing active conflict objects in general consists of applying the dynamic programming method and the tree structures method combination.

Keywords: management; multi-objective optimization; variation problem; nonlinear scheme of compromises; intelligent robot; potential function; conflicting objects.

References

1. Voronin A. (2014), Multicriteria Decision-Making. Systemic Approach, Lambert Academic Publishing, 139 p.
2. Voronin A. (2013), Theory and Practice of Multicriteria Decisions: Models, Methods, Realization, Lambert Academic Publishing, 305 p.
3. Voronin A. N., Ziatdinov Y.K., Permiakov Y.O., Varlamov I.D. (2014), Multicriteria optimization of dynamic control systems, Modern Information Technologies in the Sphere of Security and Defence, Vol. 2 (20). pp. 38–48.
4. Saaty T.L. (1990), Multicriteria Decision Making: The Analytical Hierarchy Process, N.Y., McGraw-Hill, 380 p.
5. Voronin A.N. (2009), A nonlinear trade-off scheme in multicriteria evaluation and optimization problems, Kibernetika i Sistemnyi Analiz, Vol. 4. pp. 106–114.
6. Voronin A.N., Pavlov V.V. (1986), Multicriteria problem of manager, [Mnogokriterialnaya zadacha dispatchera], Avtomatika, Vol. 5, pp. 48–53.

Отримано: 12.03.2015 року